

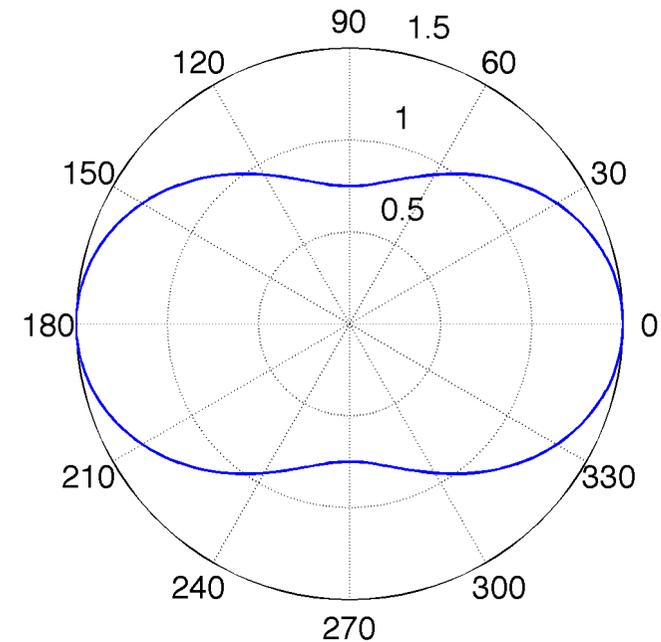
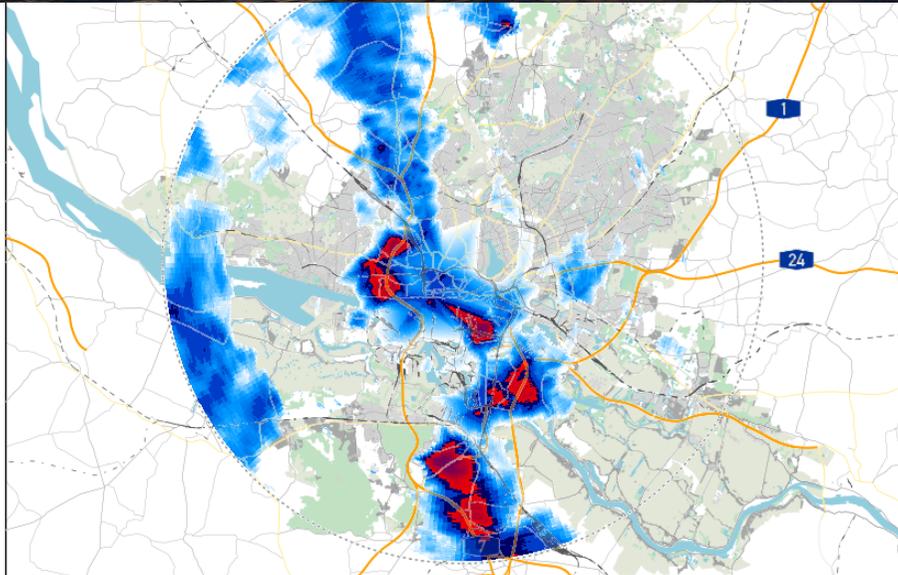
# Elektromagnetische Streuung



Optik, Strahlung, Fernerkundung  
Sommersemester 2018

Meteorologisches Institut  
Universität Hamburg

Ausnahmsweise Manfred Brath



Quellen: Manfred Brath, [wetterradar.uni-hamburg.de](http://wetterradar.uni-hamburg.de)

# Terminplanung

- ▶ Dienstag 3. Juli, 8:30 Übung wie immer (1536a)
- ▶ Alternativ-Termin letzte Übung (bitte abstimmen):
  - ▶ Donnerstag, 5. Juli, 12:30 im Raum 1528 oder
  - ▶ Dienstag, 10. Juli, 8:30 wie immer
  - ▶ (Oder besteht Bedarf für beide?)
- ▶ Heute kein Hausaufgabenzettel mehr
- ▶ In der letzten Übung:
  - ▶ Besprechung Quizfragen
  - ▶ Fragestunde
  - ▶ (Ggf. Präsenzaufgabe, wenn es keine Fragen gibt)

*Viele Grüße, Verena*

# Strahlungstransportgleichung (RTE)

$$\frac{dl}{ds} = -(\alpha + \sigma)l + \alpha B(T) + \sigma \int_{\Omega} Pl \frac{d\Omega}{4\pi}$$

*Extinktion*

*therm. Emission*

*Streu-Emission*

**Extinktion:**

$\alpha + \sigma$

(Absorption+Streuung)

**Thermische Emission:**

Nur  $\alpha$

**Streu-Emission:**

Nur  $\sigma$

Folie übernommen von

Streuung Stefan Bühler

# Fahrplan

- ▶ Streuung (allgemein)
- ▶ Rayleigh-Streuung (ein “einfaches” Beispiel)
- ▶ Mie-Streuung

# Streuung

- ▶ Was können wir uns unter elektromagnetischer Streuung vorstellen?

# Streuung

- ▶ Schauen wir uns doch mal an, was uns die Natur an anzubieten hat...

# Ein paar Beispiele aus der Atmosphäre...

## ▶ Regenbogen



Quelle: Manfred Brath

## ▶ Korona



Quelle: Wikipedia

## ▶ Frage: Was passiert hier?

Streuung

# ...weitere Beispiele aus der Atmosphäre

## ► Die Farben des Himmels

Blauer Himmel mit Wolken



Quelle: Wikipedia

Sonnenuntergang



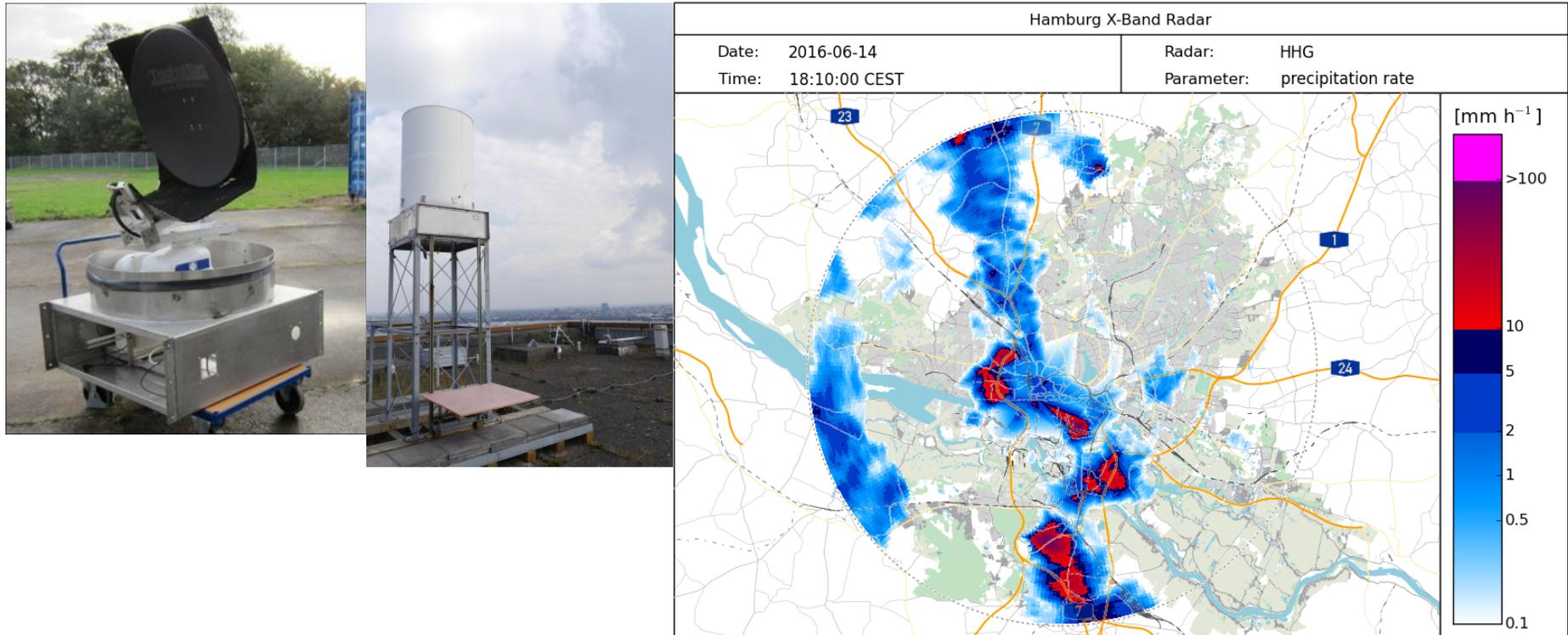
Quelle: Manfred Brath

## ► Frage: ...und hier?

Streuung

# ... oder oben auf dem Geomatikum

## ► das Wetterradar des Instituts



## ► Frage: Was wird hier gemessen?

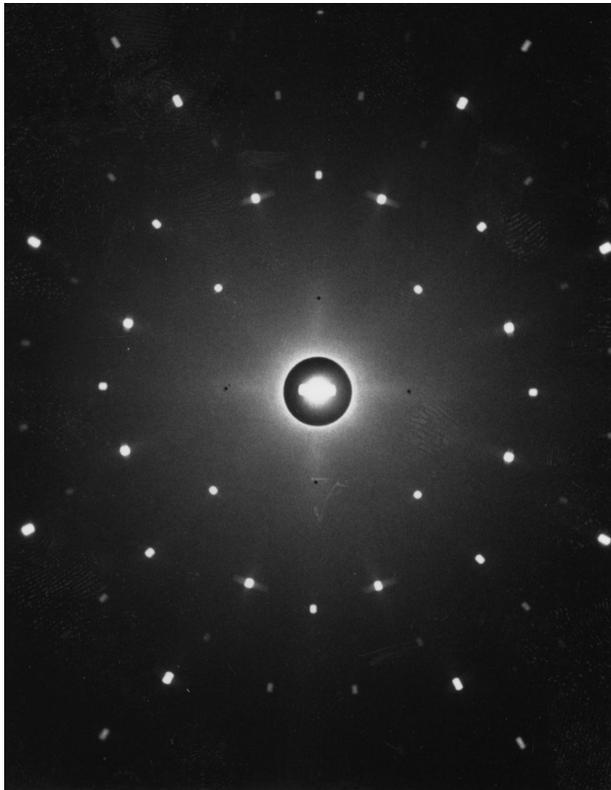
Quelle: [wetterradar.uni-hamburg.de](http://wetterradar.uni-hamburg.de)

Streuung

# Noch ein paar Beispiele...

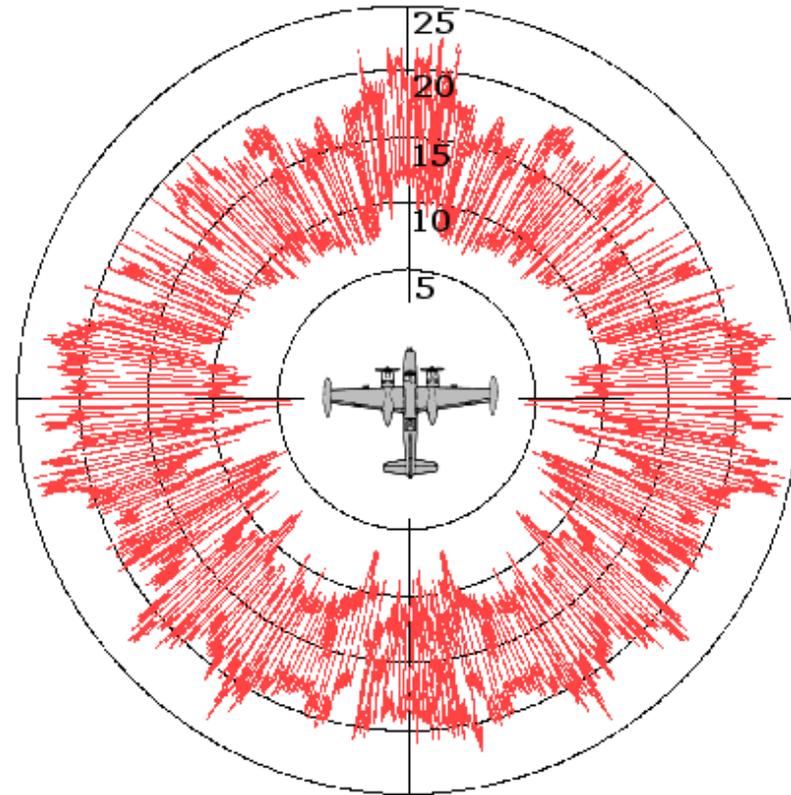
- ▶ Schauen wir mal über den Tellerrand...

Röntgenbeugung an einem  
Si-Kristall



Quelle: Institut f. Physik, Uni Halle

Radarsignatur eines Flugzeugs



Quelle: Wikipedia

Streuung

# Erste Ergebnisse

- ▶ Frage: Was können wir aus den gezeigten Bilder über elektromagnetische Streuung schon einmal schließen?

## Streuung ist...

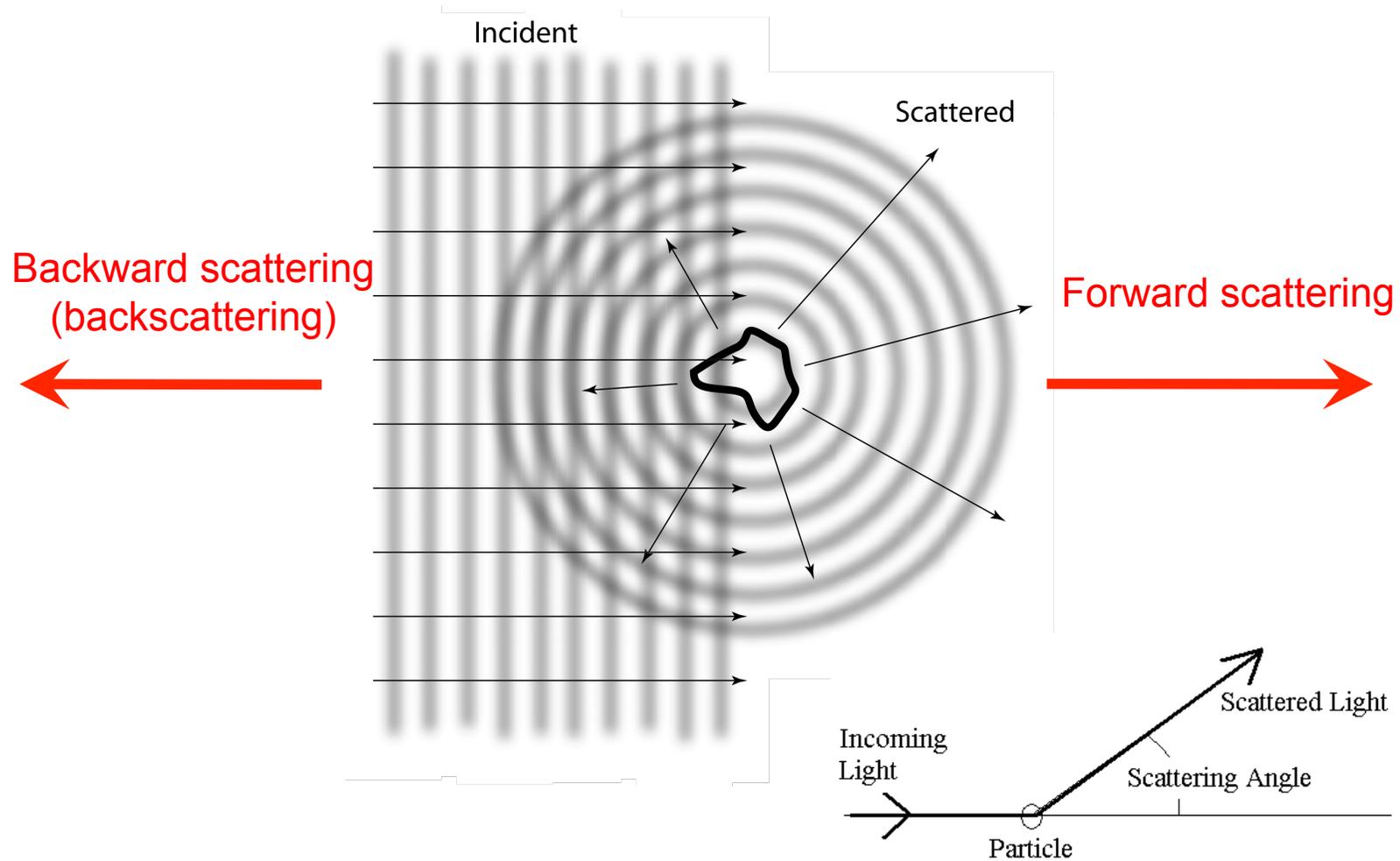
- ▶ richtungsabhängig sowohl von der Beobachungsposition wie von der Position der Strahlungsquelle relativ zum Streuobjekt.
- ▶ abhängig von der Wellenlänge/Frequenz.
- ▶ von der Größe des Streuobjekts abhängig.
- ▶ abhängig von der Form des Streuobjekts.
- ▶ abhängig vom Medium.

## Werden wir ein bisschen genauer...

- ▶ Auch wenn in der Strahlungstransport-(RT-)Theorie gerne von „Photonen“ bzw. „Streuung von Photonen“ gesprochen wird...
- ▶ Geht es dabei um elektromagnetische (EM-) Wellen bzw. die Streuung von EM-Wellen.
- ▶ Tipp am Rande: Nehmen Sie den Begriff „Photon“ im Allgemeinen in der RT-Theorie nicht zu genau, weil je mehr Sie über den Begriff nachdenken, um so verwirrender wird es.

# Streuung von EM-Wellen

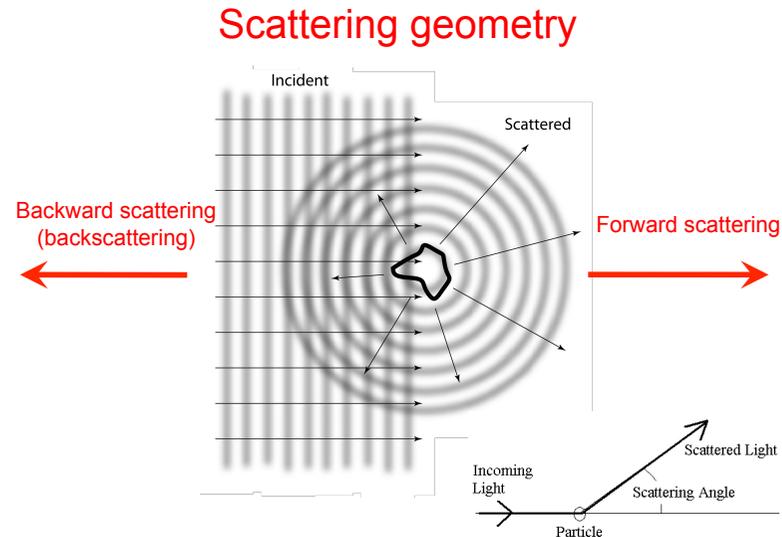
## Scattering geometry



Quelle: [http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering\\_lecture\\_slides.pdf](http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering_lecture_slides.pdf)

Streuung

# Streuung von EM-Wellen



Quelle (Bild):

[http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering\\_lecture\\_slides.pdf](http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering_lecture_slides.pdf)

- ▶ Elektromagnetische Streuung ist die Veränderung der Ausbreitungsrichtung der EM-Welle bzw. die Veränderung des EM-Wellenfeldes bei der Wechselwirkung mit einem lokalen Objekt.
- ▶ **Vereinfacht: Ebene Welle rein, Kugelwelle raus!**  
(huygensches Prinzip)

Streuung

## Notwendige Bedingung

- ▶ Damit EM-Wellen vom Objekt gestreut werden, muss sich das Objekt vom Hintergrundmedium in seinen EM-Eigenschaften unterscheiden.
- ▶ D. h., die Brechungsindizes müssen sich unterscheiden.

# Notwendige Bedingung

▶ Brechungsindex  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$

Relative Permeabilität  $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$

Relative Permittivität  $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

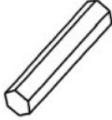
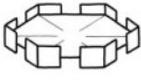
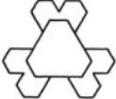
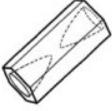
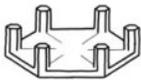
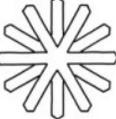
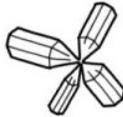
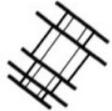
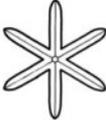
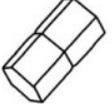
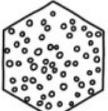
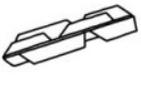
- ▶ Für die meisten Medien gilt  $\mu_r = 1$ , so dass sich die Permeabilität von Streuobjekt und Hintergrund nicht unterscheidet.
- ▶ Das Streuobjekt unterscheidet sich daher in der Regel in seiner Permittivität vom Hintergrundmedium.

# Streuung von EM-Wellen

- ▶ Zwei Fälle sind zu unterscheiden:
  - ▶ Unelastische Streuung, wenn sich durch die Streuung die Frequenz der gestreuten Welle ändert, z. B. Fluoreszenz, Raman-Streuung.
  - ▶ Elastische Streuung, (nahezu) keine Veränderung der Frequenz. Abgesehen von wenigen Spezialanwendungen (Raman-Lidar) der “Standardfall” der Fernerkundung.

# Ein bisschen Ordnung...

- ▶ Die Form der Streuobjekte kann ein wenig kompliziert sein.

 Simple Prisms	 Solid Columns	 Sheaths	 Scrolls on Plates	 Triangular Forms
 Hexagonal Plates	 Hollow Columns	 Cups	 Columns on Plates	 12-branched Stars
 Stellar Plates	 Bullet Rosettes	 Capped Columns	 Split Plates & Stars	 Radiating Plates
 Sectored Plates	 Isolated Bullets	 Multiply Capped Columns	 Skeletal Forms	 Radiating Dendrites
 Simple Stars	 Simple Needles	 Capped Bullets	 Twin Columns	 Irregulars
 Stellar Dendrites	 Needle Clusters	 Double Plates	 Arrowhead Twins	 Rimed
 Fernlike Stellar Dendrites	 Crossed Needles	 Hollow Plates	 Crossed Plates	 Graupel

Types of Snowflakes ... SnowCrystals.com

Quelle:

<http://www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals/class/snowtypes4.jpg>

Manfred Brath

Streuung

## Ein bisschen Ordnung...

- ▶ Um das ganze handhabbar zu machen, nimmt man in der Fernerkundung häufig an, dass die Streuobjekte kugelförmig sind.
- ▶ Dem wollen wir uns anschließen und definieren für den Rest der Vorlesung Streuobjekte als homogene Kugeln.
- ▶ Frage: Warum könnte das trotzdem eine sinnvolle Näherung sein?

## Ein bisschen Ordnung...

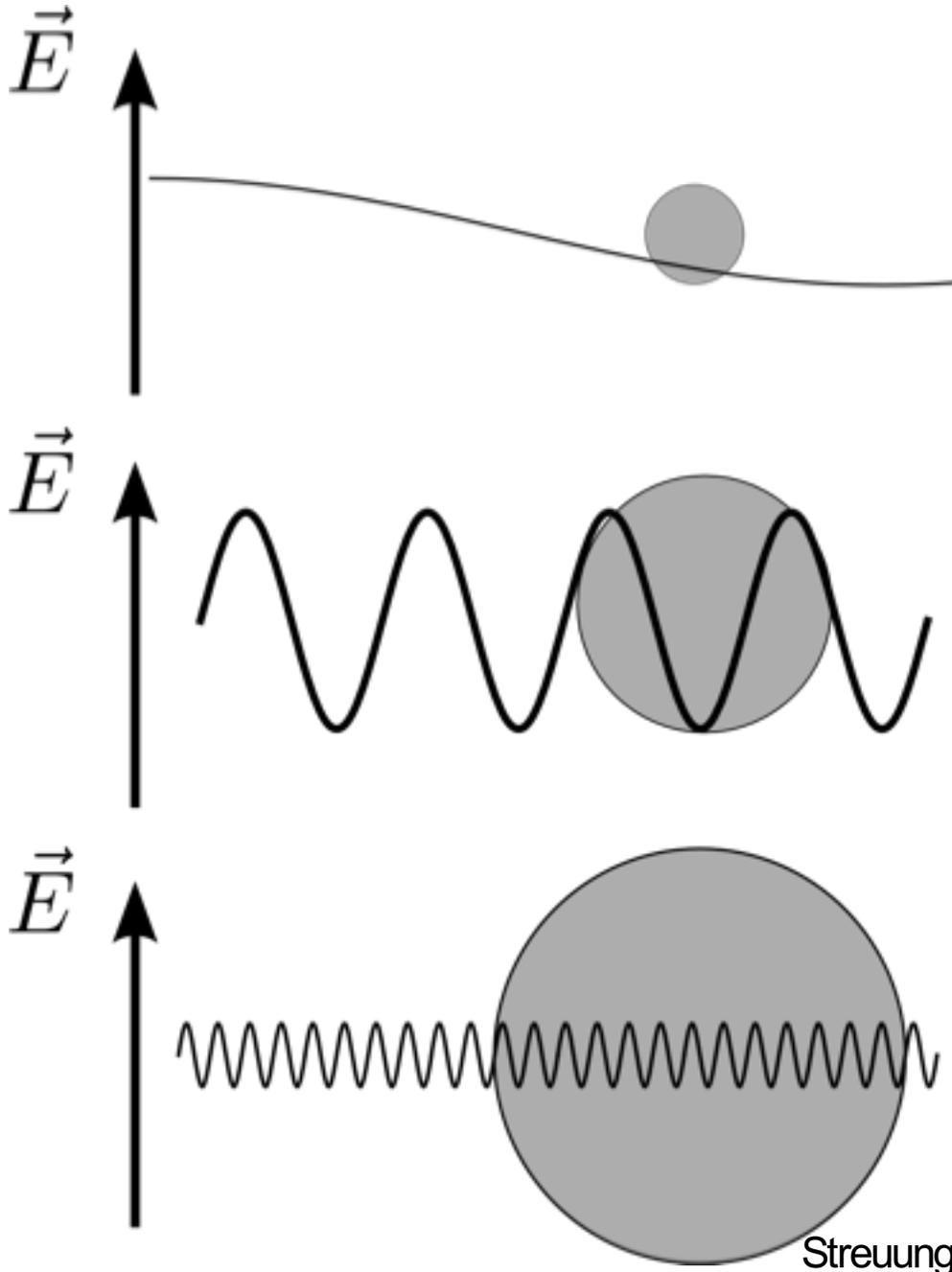
- ▶ Für die Streuung ist weniger die Wellenlänge die entscheidene Größe, sondern das Verhältnis von der Größe der Streuobjektes und der Wellenlänge.

- ▶ Skalenparameter  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka$

The diagram shows the equation  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka$ . Three blue arrows point to the variables: one points to  $k$  with the label "(Kreis-)Wellenzahl", one points to  $a$  with the label "Radius", and one points to  $\lambda$  with the label "Wellenlänge".

- ▶ Bei unterschiedlicher Größe aber gleichem Skalenparameter gilt, solange die Brechungsindizes gleich sind, dass das Streuverhalten gleich ist.

## Ein bisschen Ordnung...



Rayleigh-Streuung:

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka < 0,2$$

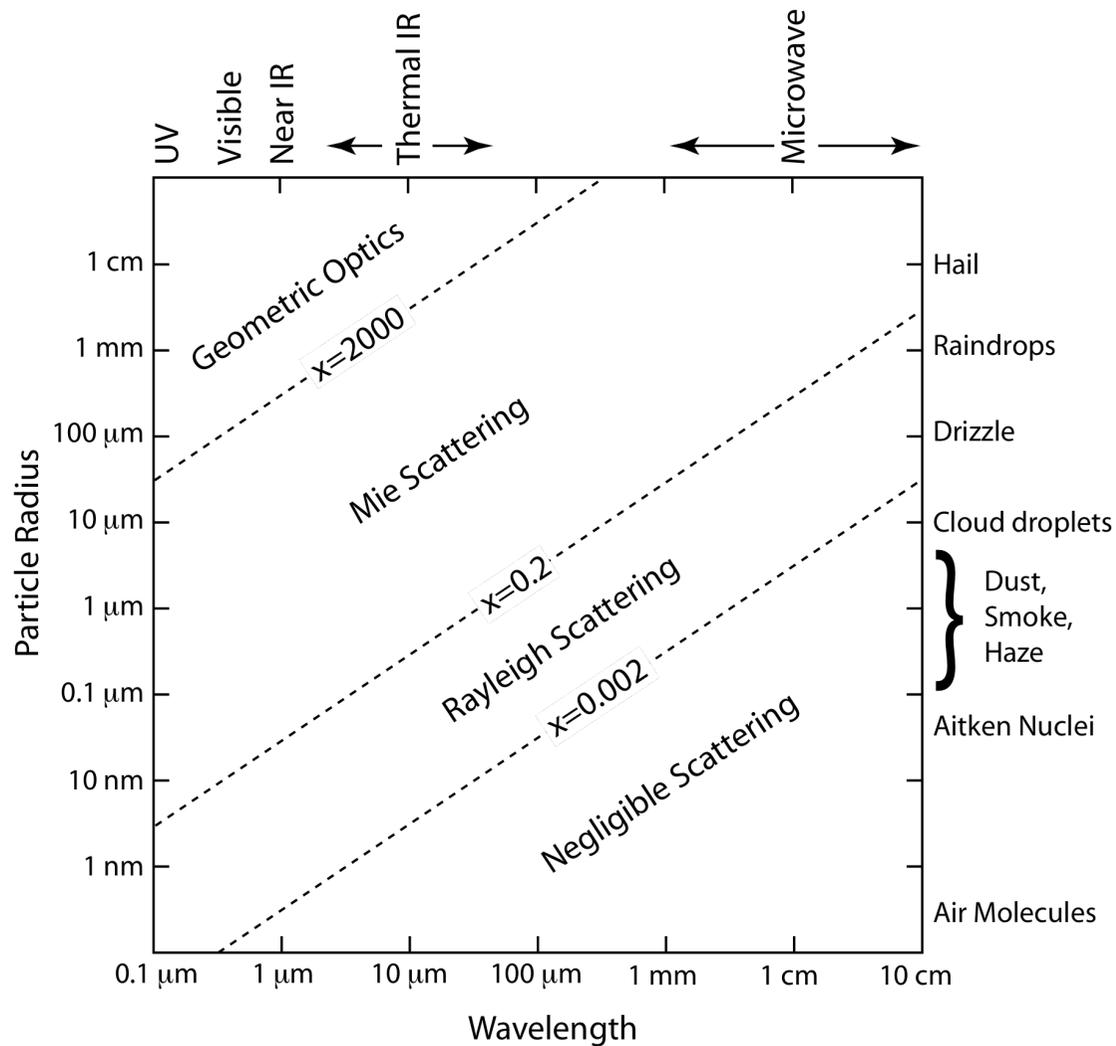
Mie-Streuung:

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka > 0,2$$

Geometrische Optik:

$$x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka > 2000$$

# Light scattering regimes



There are many regimes of particle scattering, depending on the particle size, the light wave-length, and the refractive index.

This plot considers only single scattering by spheres. Multiple scattering and scattering by non-spherical objects can get really complex!

Quelle: [http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering\\_lecture\\_slides.pdf](http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering_lecture_slides.pdf)

# Streuung von EM-Wellen

- ▶ Streuung ist die Veränderung des EM-Wellenfeldes aufgrund der WW mit einem lokalen Objekt.
- ▶ Streuung ist Abhängig von der Einfallsrichtung und der Beobachterposition relativ zum Streuobjekt.
- ▶ Streuung ist vom Größenverhältnis zwischen Objektgröße und Wellenlänge abhängig.
- ▶ Streuung ist von der Permittivität und Permeabilität des Objekts relativ zur Umgebung abhängig.

# Einfaches Beispiel

## Rayleigh-Streuung

# Rayleigh-Streuung

Typische Phänomene mit Rayleigh-Streuung:

- ▶ Wetterradar, Radarrückstreuung von Regen
- ▶ Blauer Himmel, Streuung von sichtbarem Licht an den Luftmolekülen

# Annahmen

- ▶ Größenparameter  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} = ka < 0,2$
- ▶ Homogene Kugel
- ▶ Die Entfernung  $R$  zwischen Streuobjekt und Beobachtungsposition sei groß.

- ▶  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \exp(-i\omega t) \vec{E}(\vec{r})$

- ▶ Reduzierung auf statische Streuung bzw.

Phasor-Notation:

Ortsvektor:  $\vec{r}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \exp(i\vec{k}\vec{r})$$

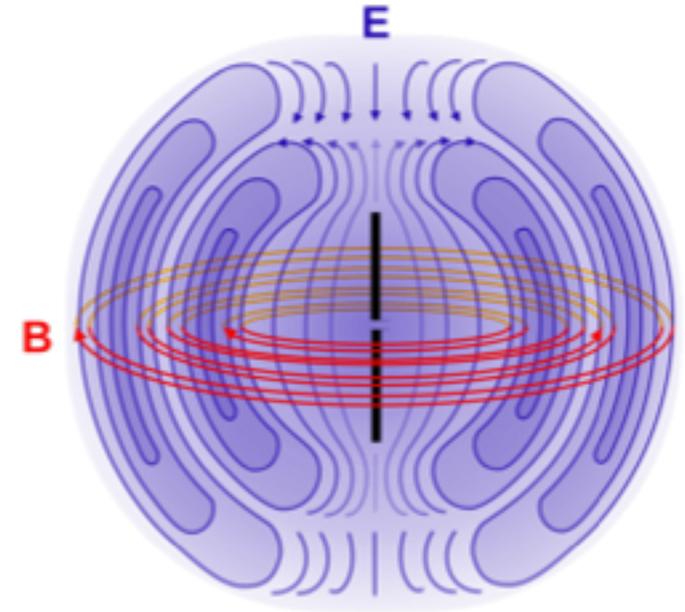
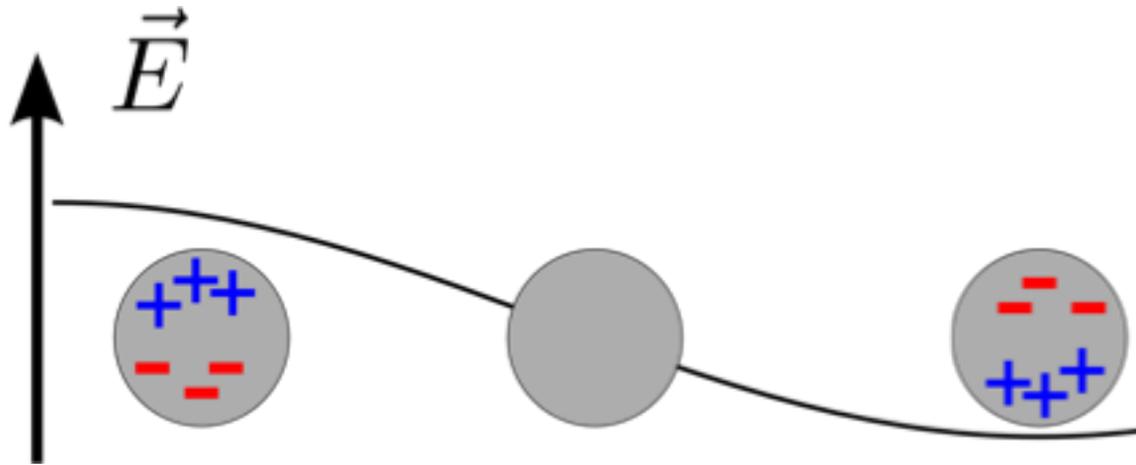


Amplitude

Wellenvektor:  $\vec{k} = k\vec{e}_k$

Streuung

# Dipol-Näherung



► Das gestreute EM-Feld:

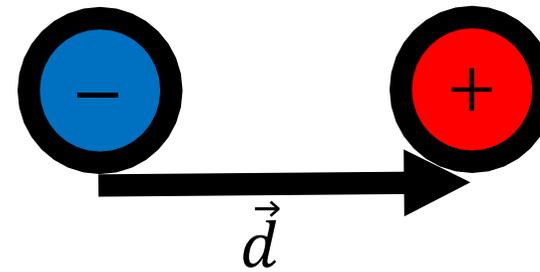
$$\vec{E}_s = -\frac{k^2 \exp(ikr)}{4\pi\epsilon r} \vec{e}_{ks} \times \left[ \vec{e}_{ks} \times \underbrace{\vec{p}} \right]$$

Dipolmoment  
(allgemein)

Quellen: (links) Manfred Brath; (rechts) Wikipedia

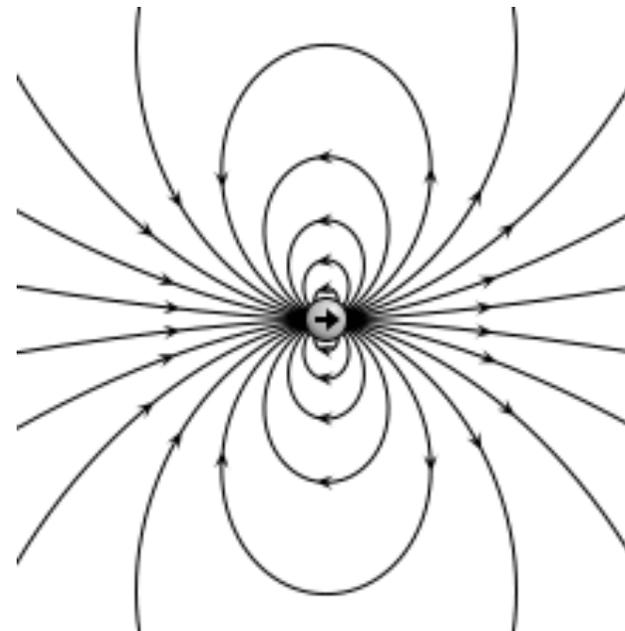
## Einschub: Dipol(moment) allgemein

$$\vec{p} = \lim_{\substack{q \rightarrow \infty \\ |d| \rightarrow 0}} q \cdot \vec{d}$$



$q$ : Ladung

$\vec{d}$ : Abstandsvektor



Quelle: Wikipedia

Manfred Brath

# Dipolmoment einer Kugel

$$\blacktriangleright \quad \vec{p} = V_p \underbrace{(\epsilon_p - \epsilon)}_{\text{Polarisation}} \vec{E}_{\text{int}} = \frac{4\pi}{3} a^3 (\epsilon_p - \epsilon) \vec{E}_{\text{int}}$$

Polarisation

- Das elektr. Feld innerhalb einer nichtleitenden Kugel ist bis auf einen Faktor gleich dem äußeren Feld.

$$\vec{E}_{\text{int}} = \frac{3\epsilon}{\epsilon_p + 2\epsilon} \vec{E}_i$$

- Das Dipolmoment:

$$\vec{p} = \frac{4\pi}{3} a^3 (\epsilon_p - \epsilon) \frac{3\epsilon}{\epsilon_p + 2\epsilon} \vec{E}_i = 4\pi a^3 \frac{\epsilon(\epsilon_p - \epsilon)}{\epsilon_p + 2\epsilon} \vec{E}_i$$

Streuung

## Gestreutes EM-Feld

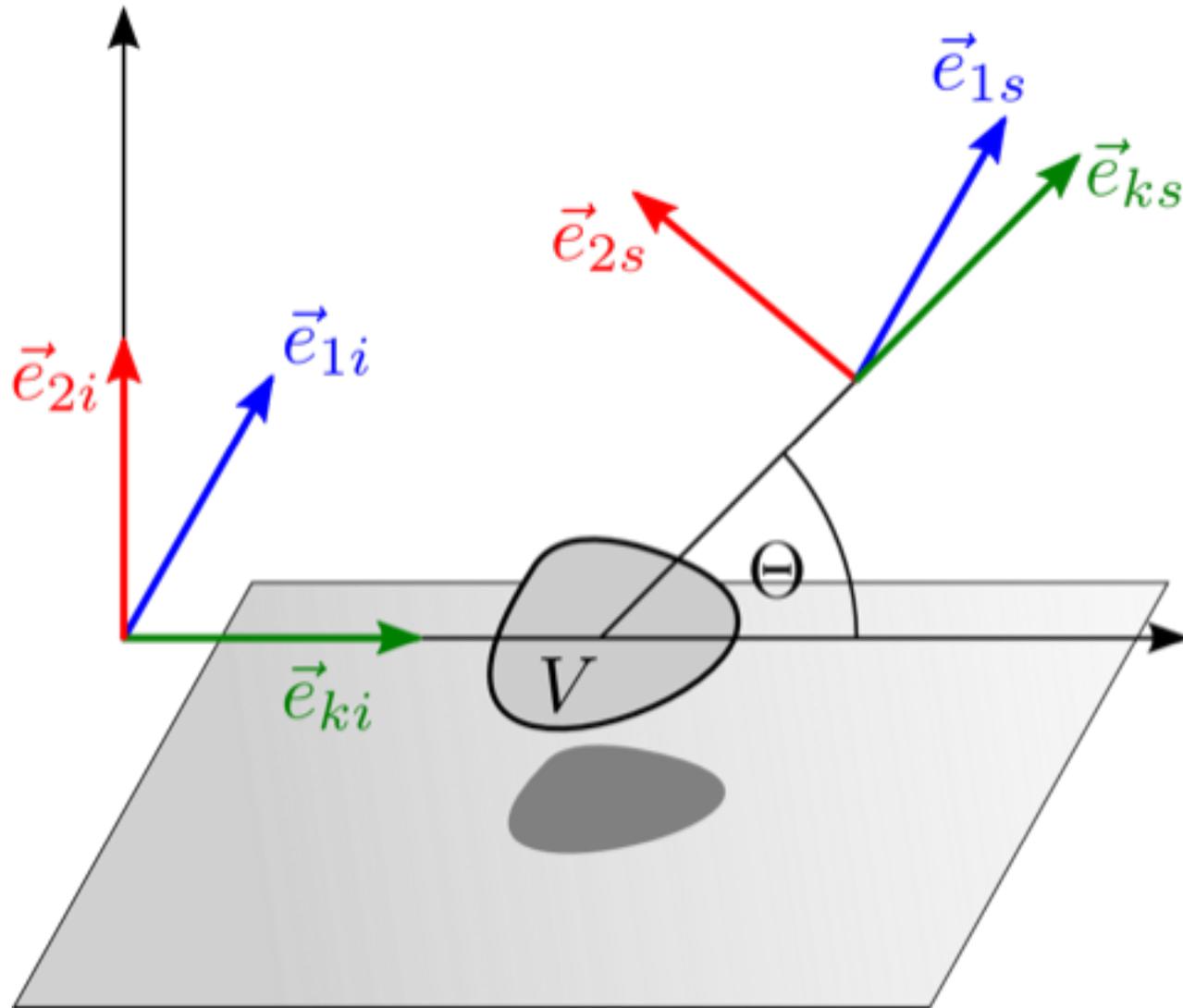
$$\vec{E}_s = -\frac{k^2 \exp(ikr)}{4\pi\epsilon r} \vec{e}_{ks} \times [\vec{e}_{ks} \times \vec{p}] \quad \vec{p} = 4\pi a^3 \frac{\epsilon(\epsilon_p - \epsilon)}{\epsilon_p + 2\epsilon} \vec{E}_i$$

► Dipolmoment in gestreutes EM-Feld eingesetzt:

$$\vec{E}_s = -\frac{\exp(ikr)}{r} \underbrace{k^2 a^3 \frac{\epsilon_p - \epsilon}{\epsilon_p + 2\epsilon}}_{= f_0} \vec{e}_{ks} \times [\vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i]$$

$$\vec{E}_s = -\frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \vec{e}_{ks} \times [\vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i]$$

# Streuebene



Streuung

Polarisation:

$\vec{e}_{1j}$  : senkrecht

$\vec{e}_{2j}$  : parallel

i: eingehend

s: gestreut

$$\vec{e}_{1i} = \vec{e}_{1s} = \frac{\vec{e}_{ks} \times \vec{e}_{ki}}{|\vec{e}_{ks} \times \vec{e}_{ki}|}$$

$$\vec{e}_{2i} = \vec{e}_{ki} \times \vec{e}_{1i}$$

$$\vec{e}_{2s} = \vec{e}_{ks} \times \vec{e}_{1s}$$

$$\vec{e}_{ks} \cdot \vec{e}_{ki} = \cos \Theta$$

$$\vec{e}_{2s} \cdot \vec{e}_{2i} = \cos \Theta$$

# Das gestreute Feld in Rayleighnäherung

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= -\frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \vec{e}_{ks} \times \left[ \vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i \right] \\ &= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{E}_i \right) + \vec{e}_{1s} \left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{E}_i \right) \right]\end{aligned}$$

$$f_0 = k^2 a^3 \frac{\epsilon_p - \epsilon}{\epsilon_p + 2\epsilon}$$

$$\vec{E}_i = E_{2i} \vec{e}_{2i} + E_{1i} \vec{e}_{1i}$$

## Gestreutes EM-Feld: eingehende Welle senkrecht polarisiert

$$\vec{E}_i = E_{1i} \vec{e}_{1i}$$

$$\vec{E}_s = -\frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \vec{e}_{ks} \times \left[ \vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i \right]$$

$$= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{E}_i \right) + \vec{e}_{1s} \left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{E}_i \right) \right]$$

$$= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \underbrace{\left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{e}_{1i} E_{1i} \right)}_{=0} + \vec{e}_{1s} \underbrace{\left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{e}_{1i} E_{1i} \right)}_{=1} \right]$$

$$\vec{E}_{1s} = \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 E_{1i} \vec{e}_{1s}$$

## Gestreutes EM-Feld: eingehende Welle parallel polarisiert

$$\vec{E}_i = E_{2i} \vec{e}_{2i}$$

$$\vec{E}_s = -\frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \vec{e}_{ks} \times \left[ \vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i \right]$$

$$= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{E}_i \right) + \vec{e}_{1s} \left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{E}_i \right) \right]$$

$$= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \underbrace{\left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{e}_{2i} E_{2i} \right)}_{= \cos \Theta} + \vec{e}_{1s} \underbrace{\left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{e}_{2i} E_{2i} \right)}_{= 0} \right]$$

$$\vec{E}_{2s} = \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \cos \Theta E_{2i} \vec{e}_{1s}$$

# Das gestreute Feld in Rayleighnäherung

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= -\frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \vec{e}_{ks} \times \left[ \vec{e}_{ks} \times \vec{E}_i \right] \\ &= \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ \vec{e}_{2s} \left( \vec{e}_{2s} \cdot \vec{E}_i \right) + \vec{e}_{1s} \left( \vec{e}_{1s} \cdot \vec{E}_i \right) \right]\end{aligned}$$

$$\vec{E}_s = \frac{\exp(ikr)}{r} f_0 \left[ E_{1i} \vec{e}_{1s} + E_{2i} \vec{e}_{1s} \cos \Theta \right]$$

$$f_0 = k^2 a^3 \frac{\varepsilon_p - \varepsilon}{\varepsilon_p + 2\varepsilon}$$

# Strahlungstransportgleichung

$$\frac{dl}{ds} = -(\alpha + \sigma)l + \alpha B(T) + \sigma \int_{\Omega} Pl \frac{d\Omega}{4\pi}$$

*Extinktion*

*therm. Emission*

*Streu-Emission*

**Extinktion:**

$\alpha + \sigma$

(Absorption+Streuung)

**Thermische Emission:**

Nur  $\alpha$

**Streu-Emission:**

Nur  $\sigma$

Folie übernommen von

Streuung Stefan Bühler

# Strahlungstransportgleichung

- ▶ Die RTE ist in Intensitäten definiert.
- ▶ Frage: Wie kommt man von den Amplituden zu Intensitäten?

## Die gestreute Intensität

$$I_s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left( E_{2s} E_{2s}^* + E_{1s} E_{1s}^* \right)$$
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left( |f_0|^2 \cos^2 \Theta |E_{2i}|^2 + |f_0|^2 |E_{1i}|^2 \right)$$

Bei unpolarisierter Strahlung gilt  $|E_{2i}|^2 = |E_{1i}|^2 = \frac{1}{2} |E_i|^2$

$$I_s = \underbrace{\frac{|f_0|^2}{2} (1 + \cos^2 \Theta)}_{= P^*} \underbrace{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{|E_i|^2}{2}}_{= I_i}$$

Streuung

# Eine Phasenfunktion

## ► Rayleigh-Streuung

$$P^* = \frac{|f_0|^2}{2} (1 + \cos^2 \Theta)$$

...eigentlich schon fast fertig!

# Die Phasenfunktion

$$\frac{dI}{ds} = -(\alpha + \sigma)I + \alpha B(T) + \sigma \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{4\pi} PI$$

- ▶ In der RTE ist die Phasenfunktion analog zu einer Wahrscheinlichkeitsdichte definiert.

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} P d\Omega = 1$$

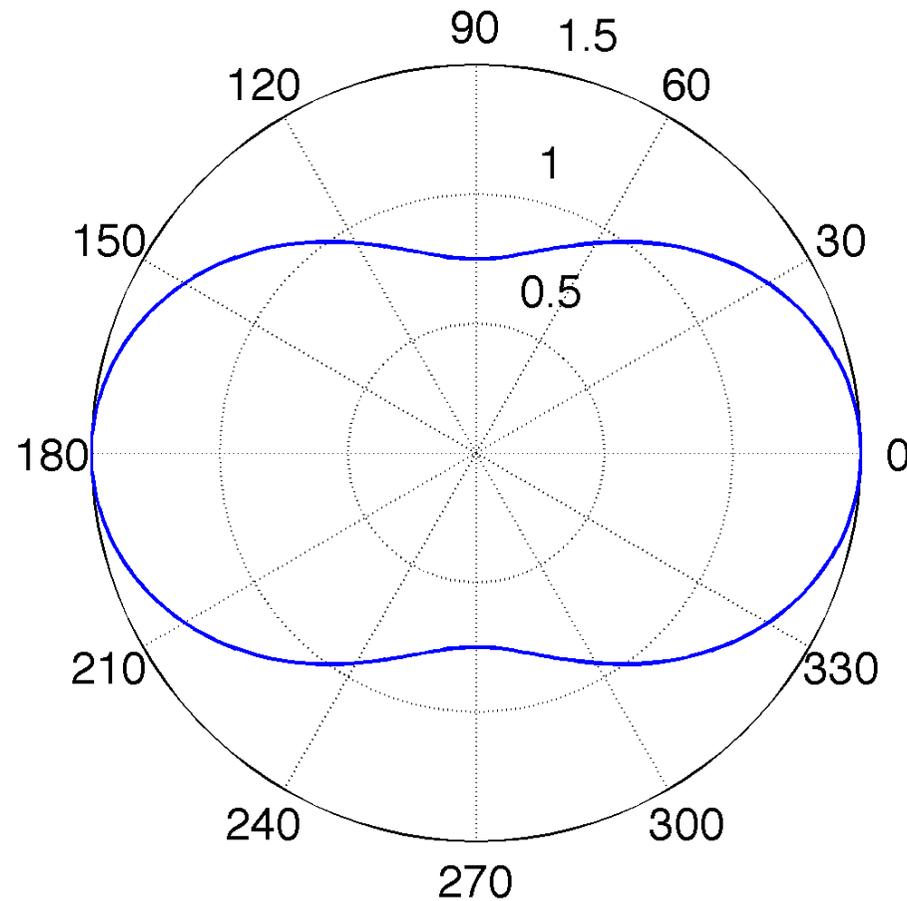
- ▶ Normieren:

$$P = \frac{P^*}{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} P^* d\Omega} = 4\pi \frac{P^*}{C_{sca}}$$

Streuquerschnitt

# Die Phasenfunktion

► Rayleigh-Streuung: 
$$P = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta)$$



Streuung

Quelle: Manfred Brath

# Strahlungstransportgleichung

$$\frac{dl}{ds} = -(\alpha + \sigma)l + \alpha B(T) + \sigma \int_{\Omega} P l \frac{d\Omega}{4\pi}$$

*Extinktion*

*therm. Emission*

*Streu-Emission*

**Extinktion:**

$\alpha + \sigma$

(Absorption+Streuung)

**Thermische Emission:**

Nur  $\alpha$

**Streu-Emission:**

Nur  $\sigma$

Folie übernommen von

Streuung Stefan Bühler

# Streukoeffizient

- ▶ Die RTE ist aber nicht für ein Teilchen alleine definiert, sondern für eine Anzahl von Teilchen pro Volumen.
- ▶ Wenn die einzelnen Streuobjekte weit genug voneinander entfernt sind, so dass die einzelnen Streufelder nicht miteinander korreliert sind, gilt die Annahme der unabhängigen Streuung. In der Regel für die Atmosphäre erfüllt.

# Streukoeffizient

- ▶ Streukoeffizient: Streuquerschnitt

$$\sigma = \frac{N}{V} C_{sca} = \underbrace{n_0}_{\text{Anzahldichte}} \underbrace{C_{sca}}_{\text{Streuquerschnitt}}$$

- ▶ Streukoeffizient für Rayleigh-Streuung

$$\sigma = n_0 \frac{|f_0|^2}{2} \frac{16\pi}{3} = n_0 \frac{8\pi}{3} k^4 a^6 \left| \frac{\epsilon_p - \epsilon}{\epsilon_p + 2\epsilon} \right|^2$$

Herleitung an der Tafel

Streuung

# Fertig?

- ▶ Frage: Gibt es noch weitere Wechselwirkungen, die wir beachten müssen?

## Fertig? Noch nicht...

- ▶ Das Streuobjekt wechselwirkt mit der eingehenden Strahlung nicht nur über Streuung, sondern es absorbiert auch Strahlung.

# Absorptionskoeffizient

- ▶ Die RTE ist nicht für ein Teilchen alleine definiert, sondern für eine Anzahl von Teilchen pro Volumen.
- ▶ Dementsprechend gilt für den Absorptionskoeffizient:

$$\alpha_s = \frac{N}{V} C_{abs} = n_0 \underbrace{C_{abs}}$$

Absorptionsquerschnitt

# Absorptionskoeffizient

- ▶ Der Absorptionsquerschnitt ist das Verhältnis zwischen absorbierten Intensität und der eingehenden Intensität.

$$C_{abs} = \frac{I_a}{I_i} = \frac{k}{\varepsilon} \frac{\int dV \operatorname{Im}(\varepsilon_p(\vec{r})) |E_{\text{int}}(\vec{r})|^2}{|E_i|^2}$$

- ▶ Absorptionskoeffizient für Rayleigh-Streuung:

$$\alpha_s = n_0 4k\pi a^3 \frac{\operatorname{Im}(\varepsilon_p)}{3\varepsilon} \left| \frac{3\varepsilon}{\varepsilon_p + 2\varepsilon} \right|^2$$

Streuung

Herleitung an der Tafel

# Strahlungstransportgleichung

$$\frac{dl}{ds} = -(\overset{\checkmark}{\alpha} + \overset{\checkmark}{\sigma})l + \overset{\checkmark}{\alpha}B(T) + \overset{\checkmark}{\sigma} \int_{\Omega} P \overset{\checkmark}{l} \frac{d\Omega}{4\pi}$$

*Extinktion*

*therm. Emission*

*Streu-Emission*

**Extinktion:**

$\alpha + \sigma$

(Absorption+Streuung)

**Thermische Emission:**

Nur  $\alpha$

**Streu-Emission:**

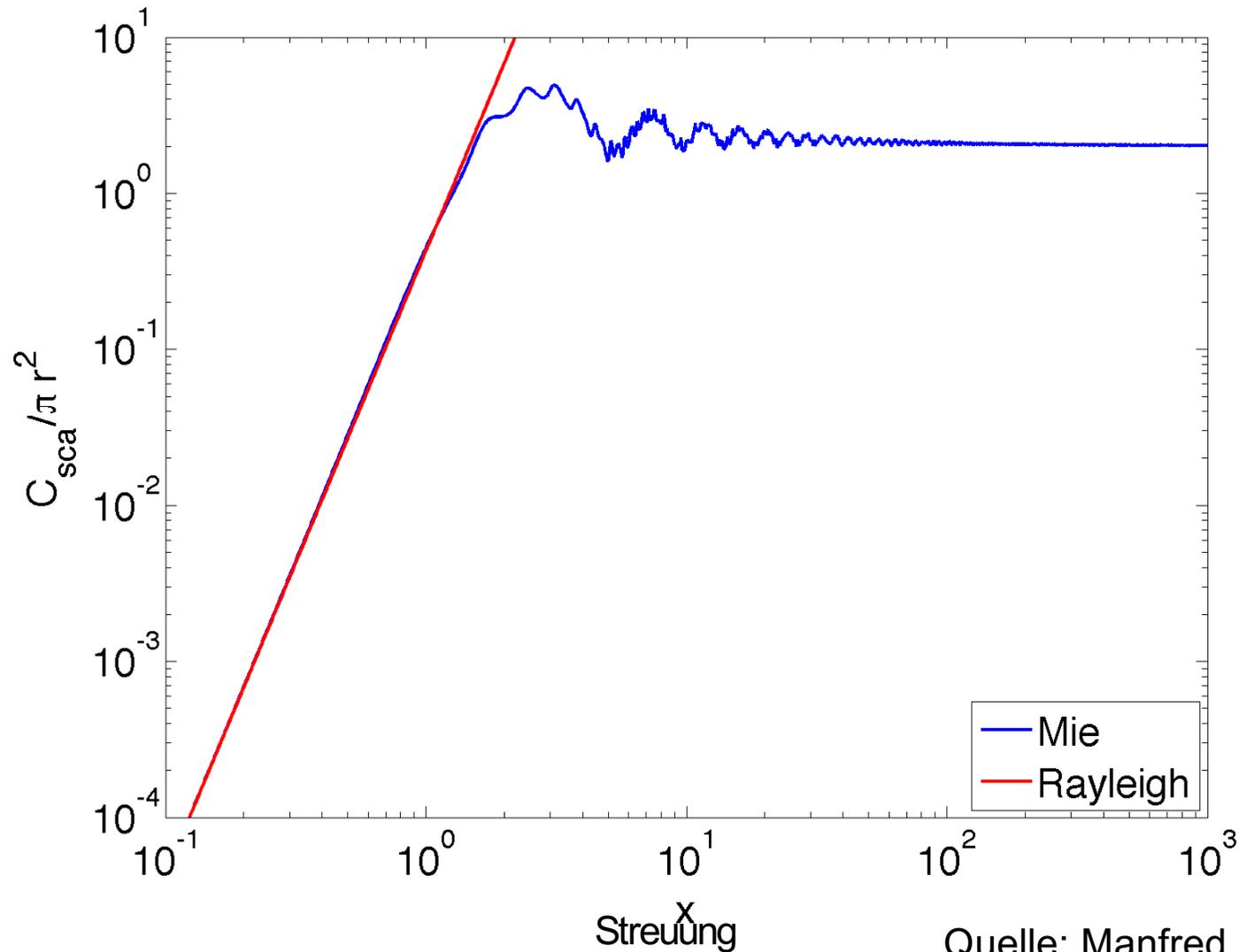
Nur  $\sigma$

Folie übernommen von

Streuung Stefan Bühler

# Rayleigh: Wie groß ist der Gültigkeitsbereich?

- ▶ Abhängig vom Skalenparameter:



# Rayleigh-Streuung: Zusammenfassung

▶ Gültig für  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} < 0,2$

▶ Streukoeffizient:  $\sigma \sim \lambda^{-4} a^6$

$$\sigma \sim k^4 a^6$$

▶ Absorptionskoeffizient:  $\alpha_s \sim \lambda^{-1} a^3$

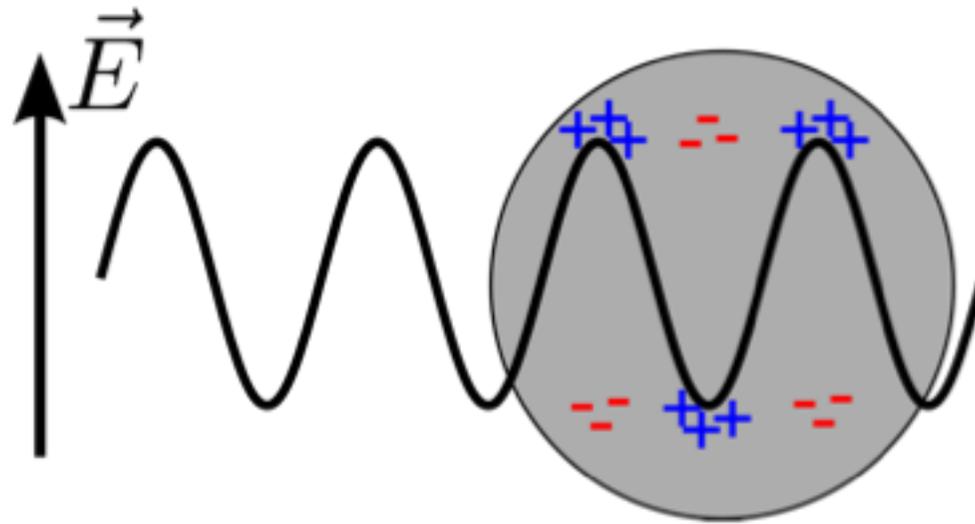
$$\alpha_s \sim ka^3$$

▶ Phasenfunktion:  $P \sim (1 + \cos^2 \Theta)$

# Ein definitiv nicht mehr einfaches Beispiel

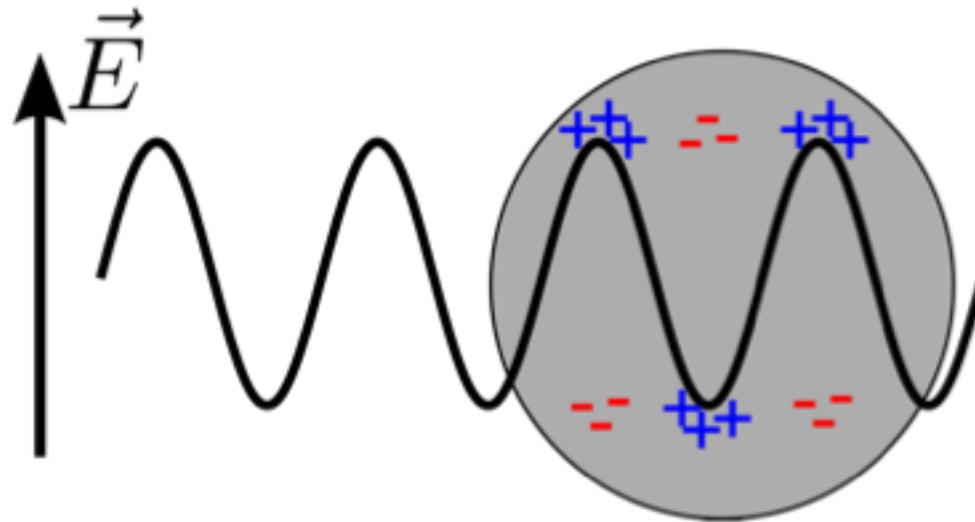
## Mie-Streuung

# Mie-Streuung



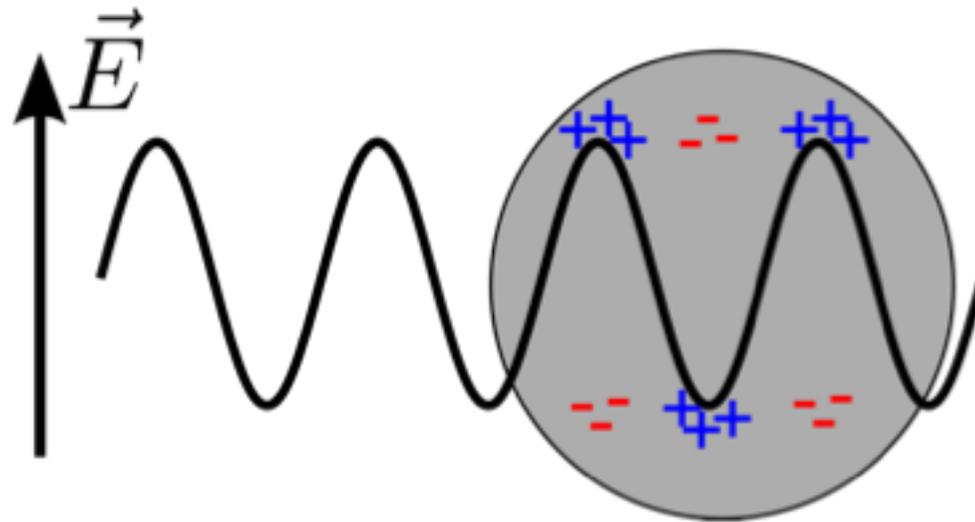
- ▶ Größenparameter:  $x = \frac{2\pi a}{\lambda} > 0,2$
- ▶ Die Anregung ist nicht mehr gleichphasig.
  - ▶ Interferenzen, Resonanzen

# Mie-Streuung-Lösung



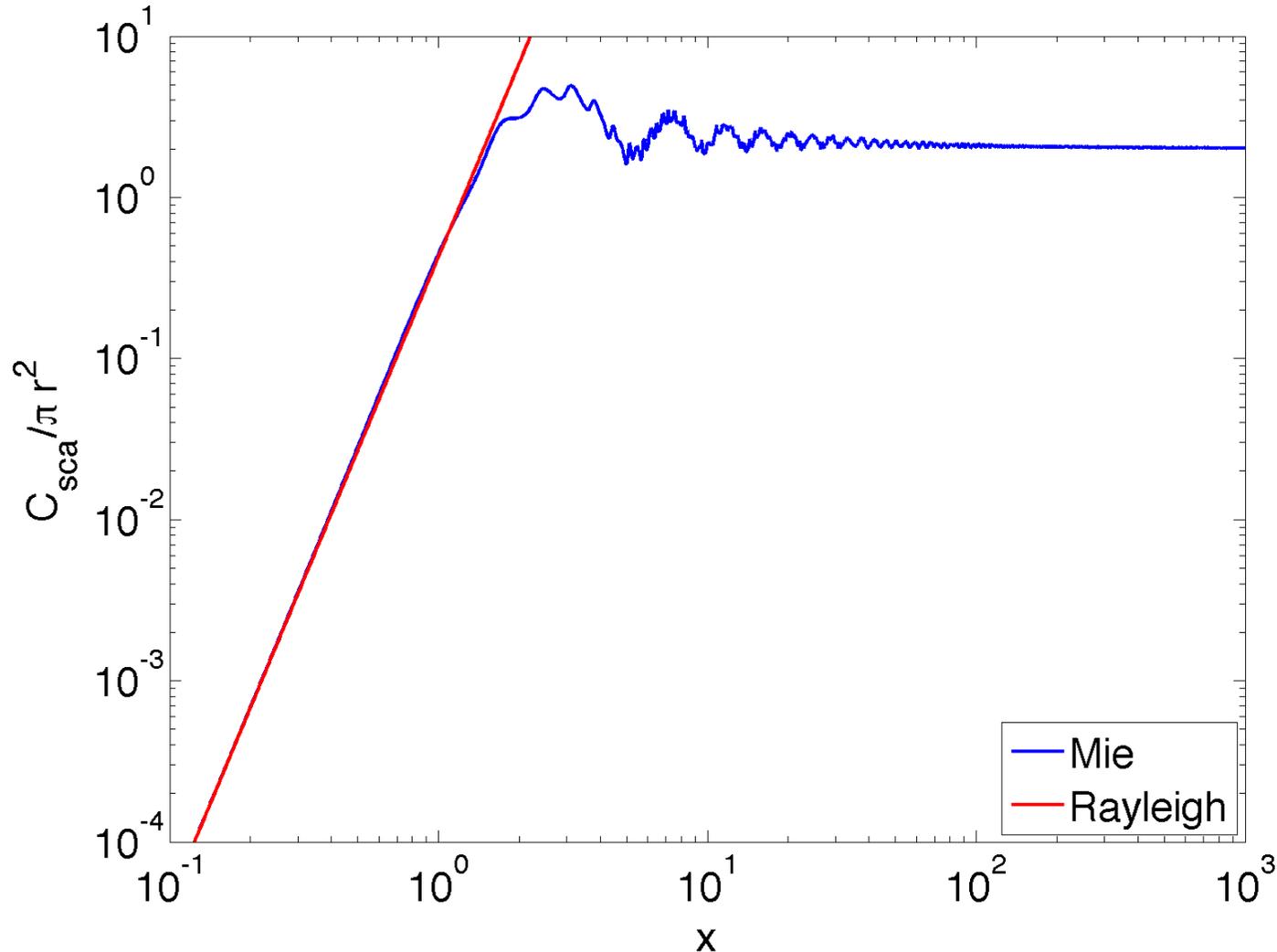
- ▶ Entwicklung nach vektoriellen Kugelflächenfunktionen unter Berücksichtigung des Grenzflächenverhaltens
  - ▶ Z. B. Tangentialkomponente des E-Feld ist stetig und Normalkomponente des B-Feld ist stetig.
- ▶ Hier nur ganz grobe Lösungsidee

# Mie-Streuung-Lösung



- ▶ Für genaue Herleitung siehe
  - ▶ Tsang et al., Scattering of Electromagnetic Waves, Theories and Applications, Wiley, 2000
  - ▶ Stratton, J. A., Electromagnetic Theory, McGraw Hill, 1941
  - ▶ ...oder die RT-Klassiker

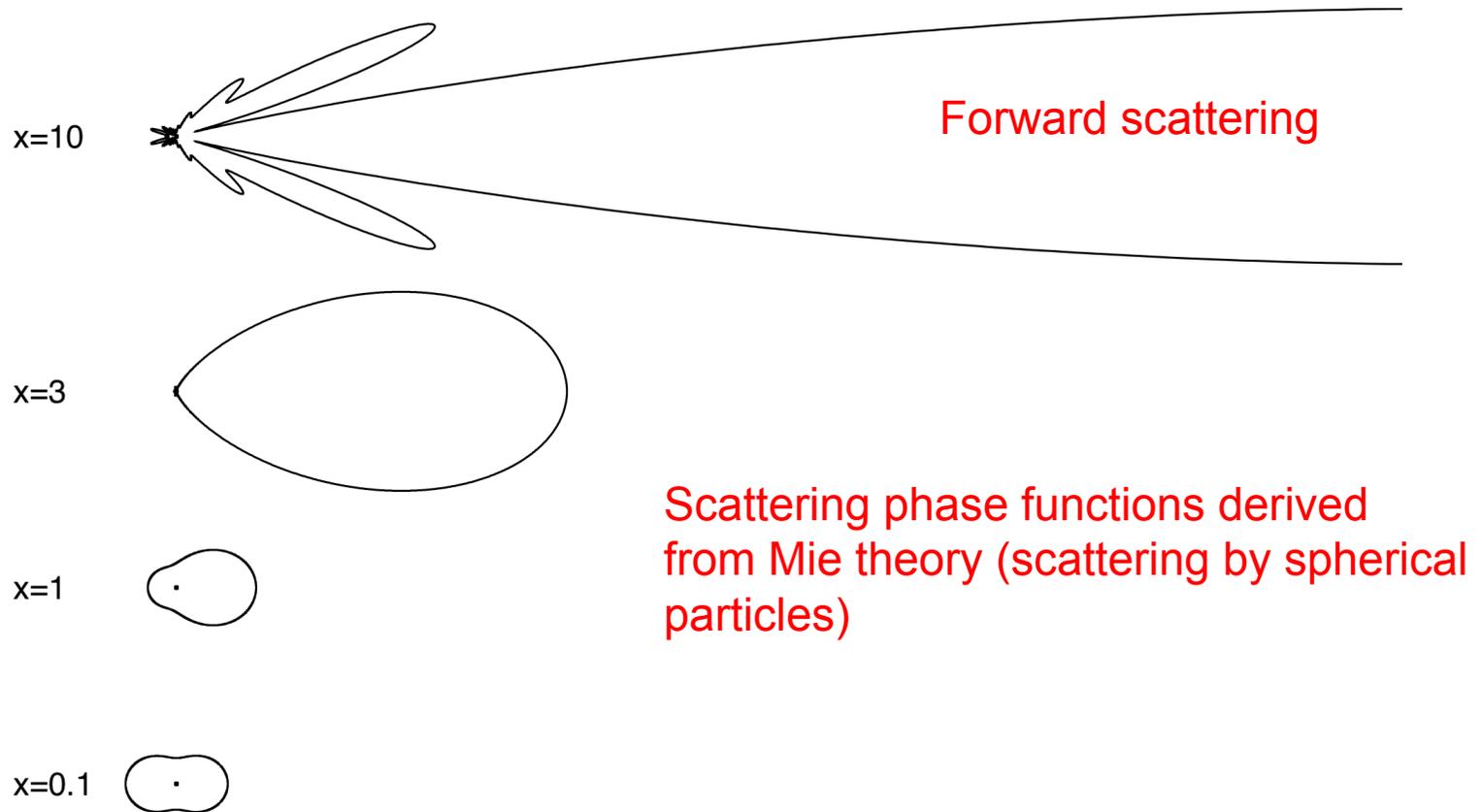
# Mie-Streuung: Streuquerschnitt/-koeffizient



- ▶ Grenzfall Rayleigh-Streuung:  $\sigma / \pi a^2 = n_0 C_{sca} / \pi a^2 \sim x^4$
- ▶ Grenzfall geometrische Optik:  $\sigma / \pi a^2 = n_0 C_{sca} / \pi a^2 \sim 2$

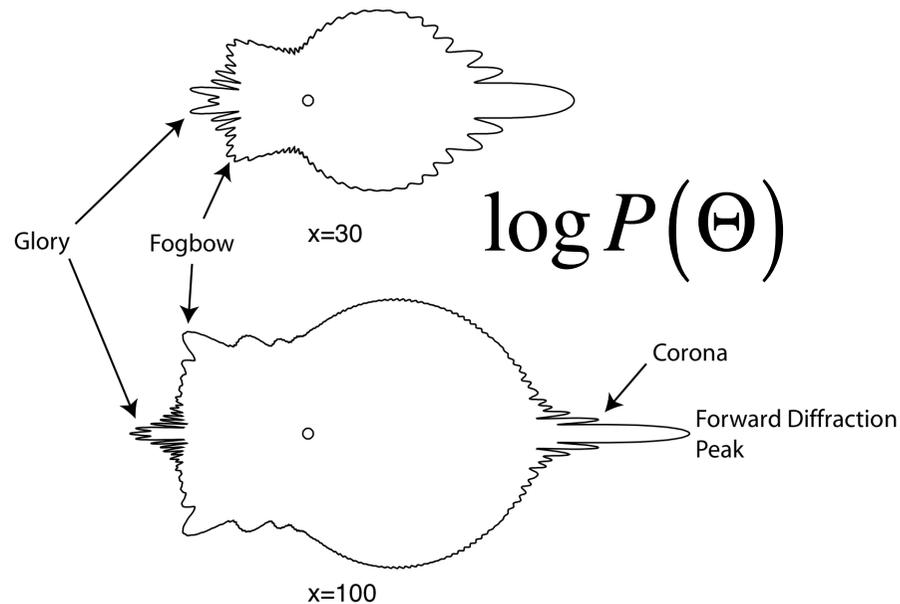
Streuung

# Mie-Streuung: Scattering phase functions



The scattering phase function, or phase function, gives the angular distribution of light intensity scattered by a particle at a given wavelength

# Mie-Streuung: Optical phenomena



- **Fogbow**: spikes in scattering phase function present but not sharp as for rainbows. Hence the separation of colors (due to varying refractive index) is not as vivid as a normal rainbow. A whitish ring centered on one's shadow (i.e. opposite the sun) is seen.
- Arises when water droplets have a size characteristic of fog and clouds rather than rain



Quelle: [http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering\\_lecture\\_slides.pdf](http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering_lecture_slides.pdf) bzw.

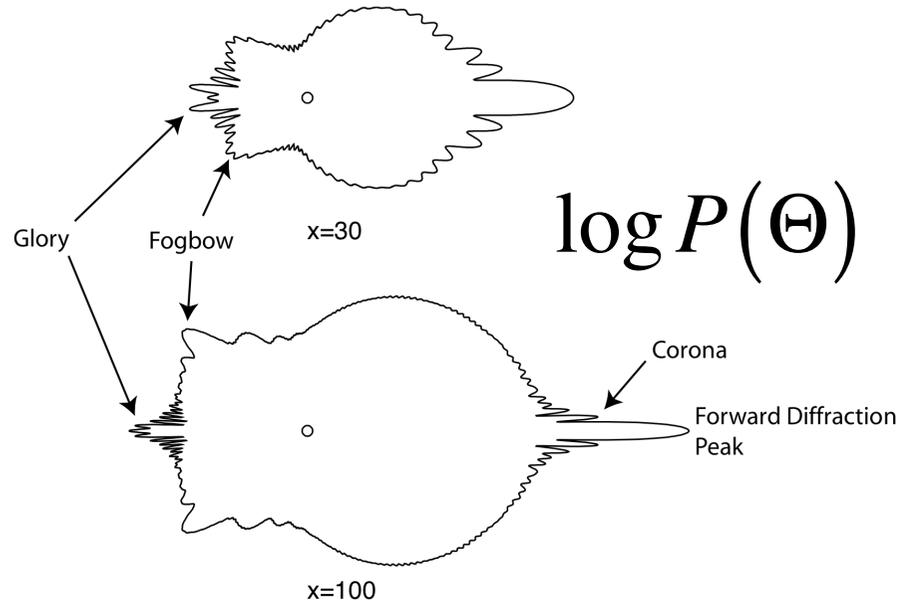
Petty, G. W., 2006

Streuung

Manfred Brath

# Mie-Streuung:

## Optical phenomena

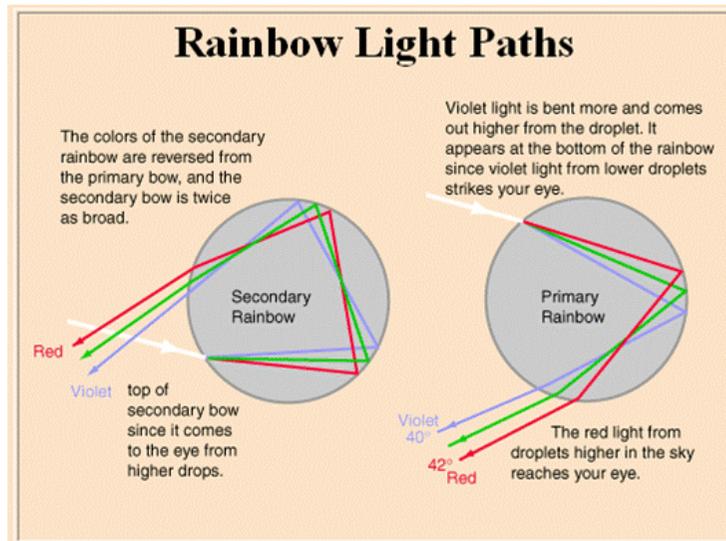
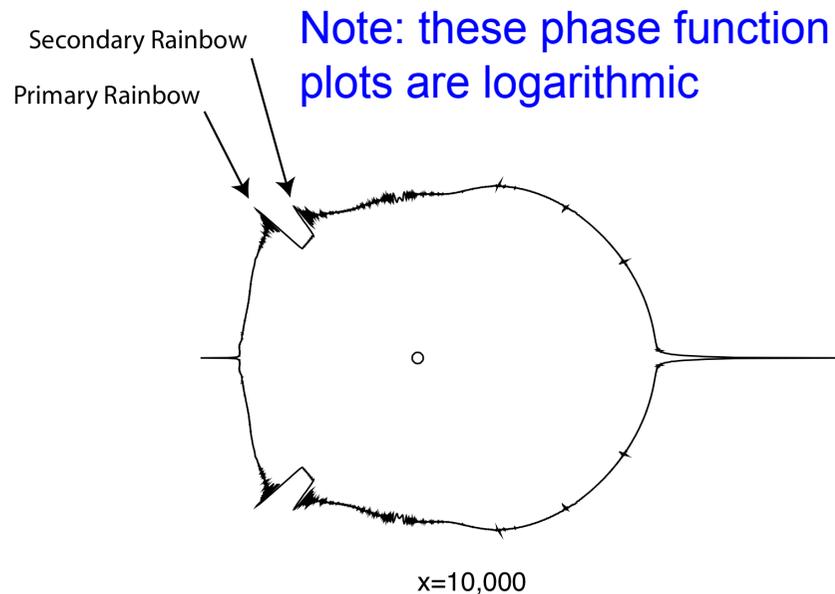


## ► Korona



Quelle: Wikipedia

# Mie-Streuung: Optical phenomena



- **Rainbow**: for large particles ( $x = 10,000$ ), the forward and backward peaks in the scattering phase function become very narrow (almost non-existent). Light paths are best predicted using geometric optics and ray tracing
- **Primary rainbow**: single internal reflection
- **Secondary rainbow**: double internal reflection

Quelle: [http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering\\_lecture\\_slides.pdf](http://www.geo.mtu.edu/~scarn/teaching/GE4250/scattering_lecture_slides.pdf) bzw. Petty, G. W., 2006  
Manfred Brath

Streuung

# Mie-Streuung: Zusammenfassung

- ▶ (Exakt) Gültig für alle  $x$

- ▶ Streukoeffizient

  - ▶ Grenzfall Rayleigh-Streuung:  $\sigma / \pi a^2 = n_0 C_{sca} / \pi a^2 \sim x^4$

  - ▶ Grenzfall geometrische Optik:  $\sigma / \pi a^2 = n_0 C_{sca} / \pi a^2 \sim 2$

- ▶ Phasenfunktion:

$x \rightarrow \infty$  : Vorwärtsstreuung nimmt zu

Phasenfunktion wird asymmetrischer  
und geht über in geometrische Optik

Streuung