

# Thermische Strahlung

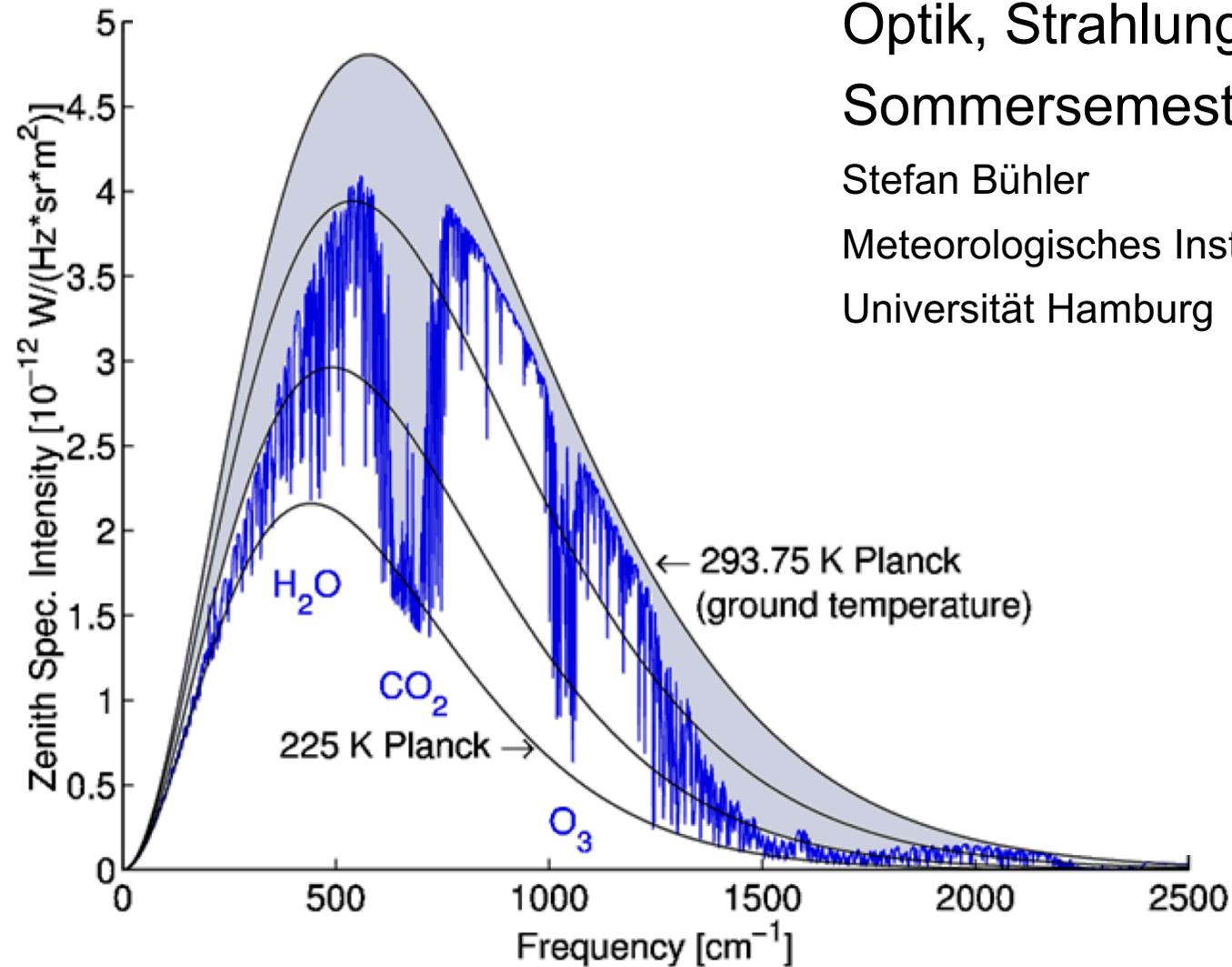
Optik, Strahlung, Fernerkundung

Sommersemester 2018

Stefan Bühler

Meteorologisches Institut

Universität Hamburg



# Übersicht – alle Kapitel

Einleitung

1. Orbits und Satelliten
2. Elektromagnetische Wellen
3. Grundgesetze der Optik
4. Natürliche Oberflächen
5. Thermische Strahlung
6. Strahlungstransfergleichung
7. Streuung

Prüfungsvorbereitung

Prüfung

# Quellen

- ▶ Petty (A first Course in Atmospheric Radiation)
- ▶ Rees (Physical Principles of Remote Sensing)

# Übersicht

- ▶ Wärme und Strahlung
- ▶ Die Planck Funktion
- ▶ Exkurs: Photonen, Einstein, Boltzmann, Planck
- ▶ Implikationen für das Klima
- ▶ Implikationen für die Fernerkundung
- ▶ Zusammenfassung

# WÄRME UND STRAHLUNG

# Wärme und Strahlung, zwei Energieformen

- ▶ Strahlung =  
elektromagnetische  
Welle
- ▶ Wärme = ungeordnete  
Bewegung der Moleküle

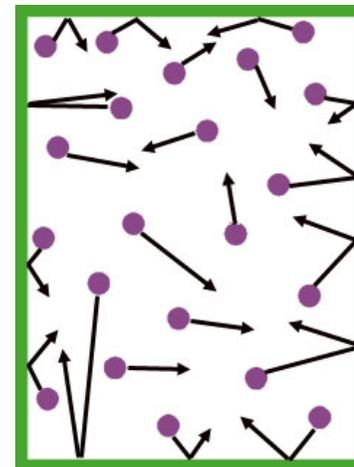
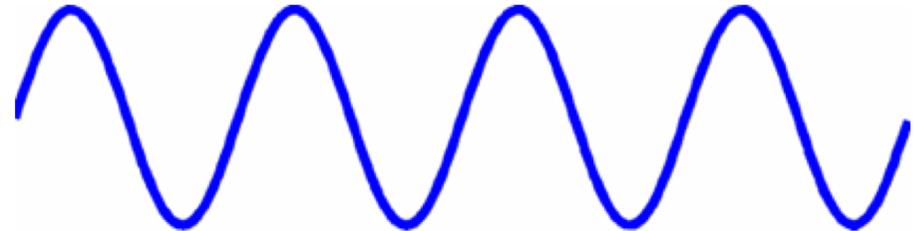


Bild:  
<http://www.chemistry.wustl.edu/~edudev/LabTutorials/Airbags/images/molecules.jpg>

# Wärme und Strahlung

- ▶ Strahlung kann in Wärme umgewandelt werden
- ▶ Vor einem Kamin oder Kachelofen kann man die Wärmestrahlung als Wärme spüren



Bild: <http://www.forst-hamburg.de/images/Kaminfeuer.JPG>

# Je wärmer desto heller

- ▶ Umgekehrt kann Wärme auch in Strahlung umgewandelt werden
- ▶ Jeder Gegenstand oder jedes Gas strahlt entsprechend seiner Temperatur
- ▶ Je heisser desto mehr Energie wird abgestrahlt (Strahlungsgesetz von Stefan und Boltzmann)

$$P \sim T^4$$



Infrarotbild, weiss-rot bedeutet heiss, grün-blau kühl.

## Je wärmer desto blauer

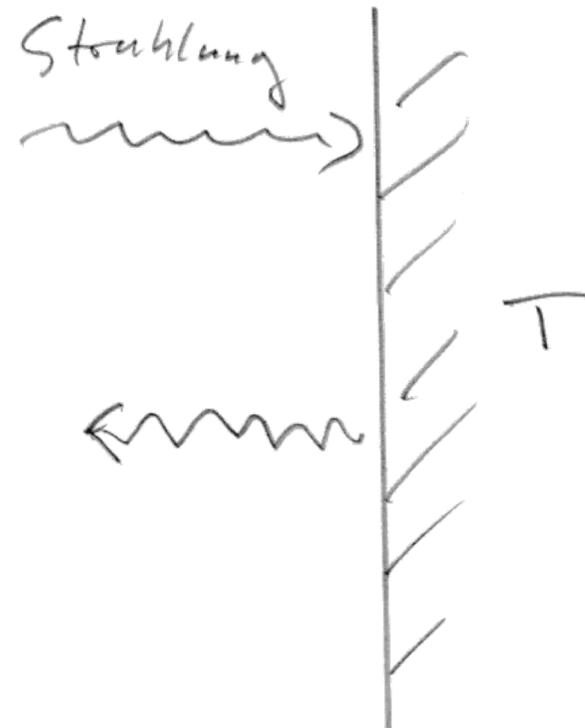
- ▶ Die Wellenlänge der Strahlung wird immer kürzer mit steigender Temperatur (**Wiensches Verschiebungsgesetz**)
- ▶ Herdplatte wird rotglühend, Schweissgerät gibt bläuliches Licht



# DIE PLANCK FUNKTION

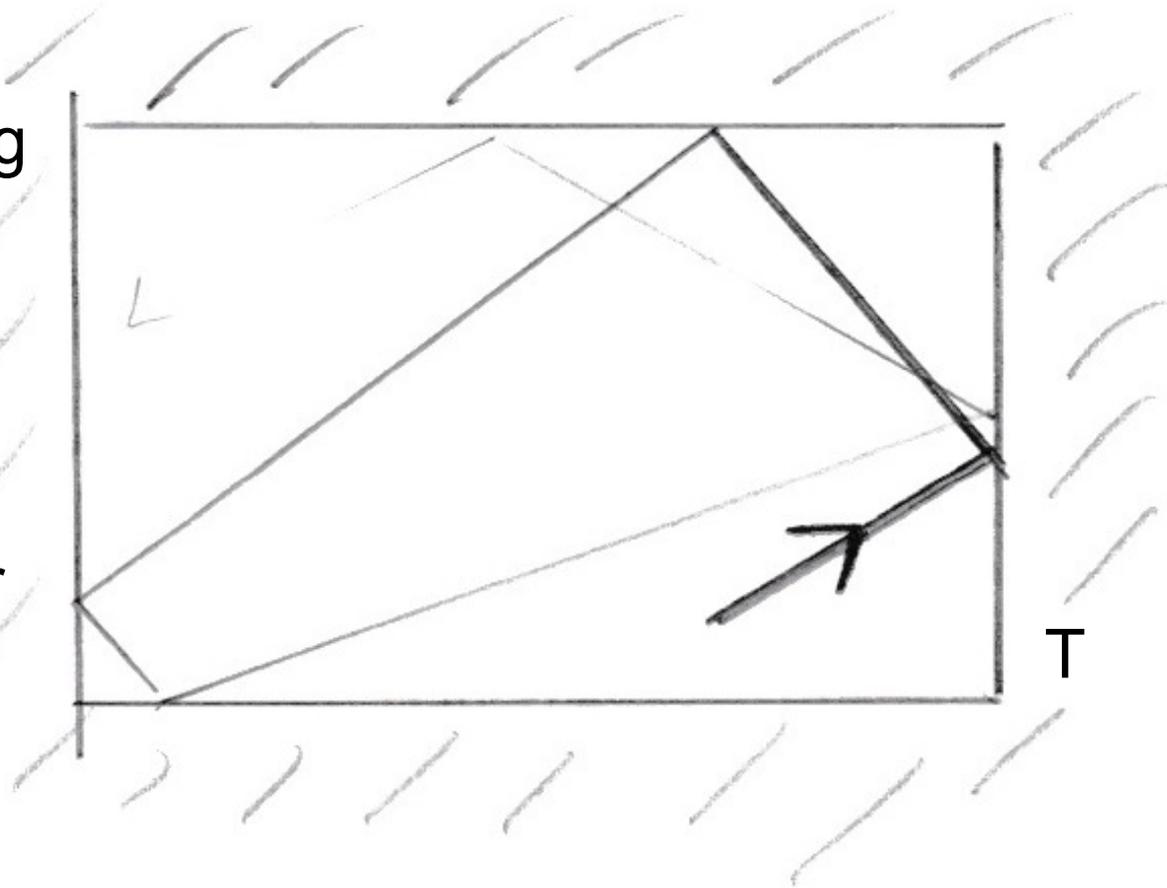
# Motivation

- ▶ Wir wollen das Gleichgewicht zwischen Strahlung und Temperatur studieren.
- ▶ Mehr einfallende Strahlung  
→ höhere Temperatur
- ▶ Höhere Temperatur  
→ mehr ausgesendete Wärmestrahlung
- ▶ Um das Grundprinzip zu verstehen, möchten wir den Fall ohne Reflektion studieren (Reflektivität = 0).
- ▶ Wie können wir eine solche Oberfläche praktisch realisieren?



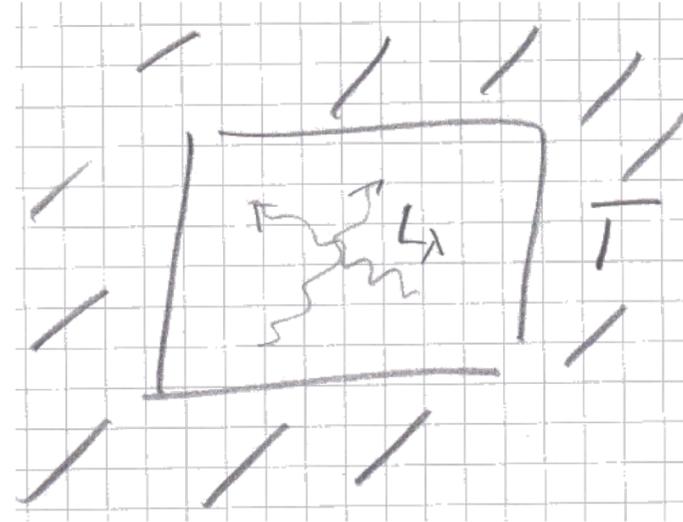
# Hohlraum als nicht reflektierender Körper

- ▶ Im Hohlraum kann die Strahlung zwar zunächst reflektiert werden, aber nicht entkommen.
- ▶ Insgesamt hat der Hohlraum daher Reflektivität 0.



# Hohlraumstrahlung

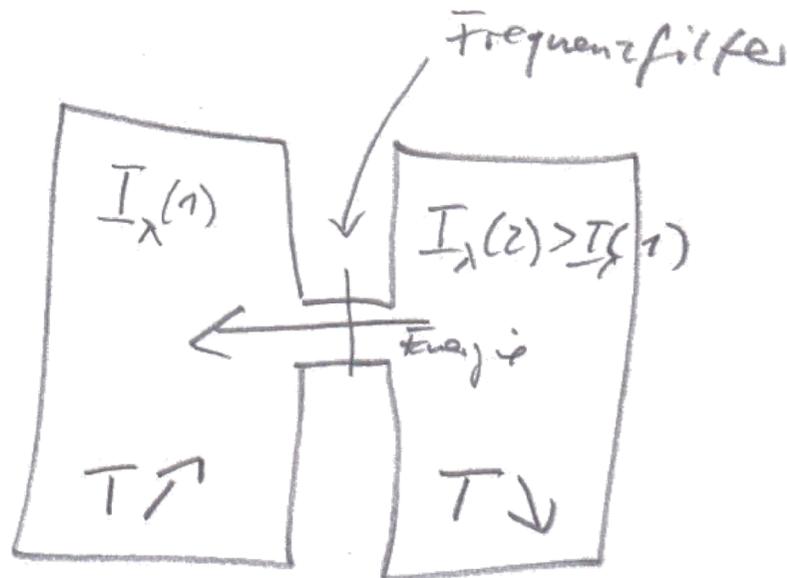
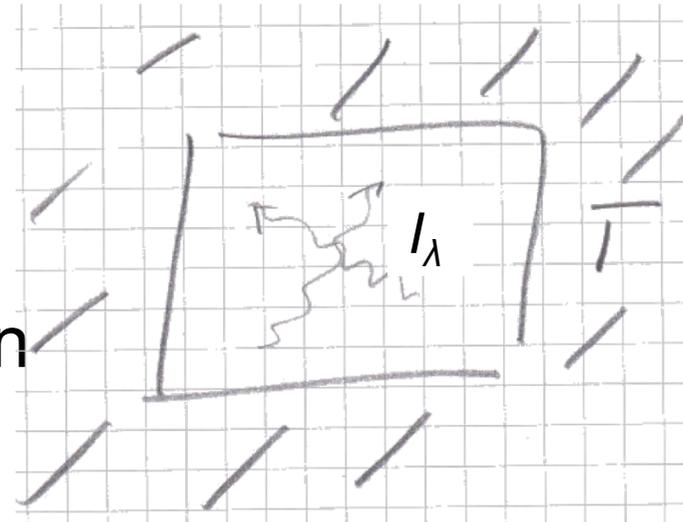
- ▶ Die Strahlung in einem geschlossenen Hohlraum bei konstanter Temperatur
- ▶ Thermodynamisches Gleichgewicht zwischen den Wänden und der Strahlung im Innenraum
- ▶ Gleichgewichtswert hängt nur von der Temperatur ab, alles andere führt zu logischen Widersprüchen oder Verletzung der Thermodynamischen Gesetze



# Hohlraumstrahlung

- ▶ Beispiel
- ▶ Was wäre wenn das Gleichgewicht von den Eigenschaften der Wand abhinge?

➔ Perpetuum Mobile 2. Art



Wandmaterial 1

Wandmaterial 2

# Planck's Lösung

$$I_\nu = B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

$I_\nu$  : Spektrale Radianz [W/m<sup>2</sup>/sr/Hz]

$B$  : Planck Funktion

$T$  : Temperatur

$h$  : Planck Konstante

$\nu$  : Frequenz

$c$  : Lichtgeschwindigkeit

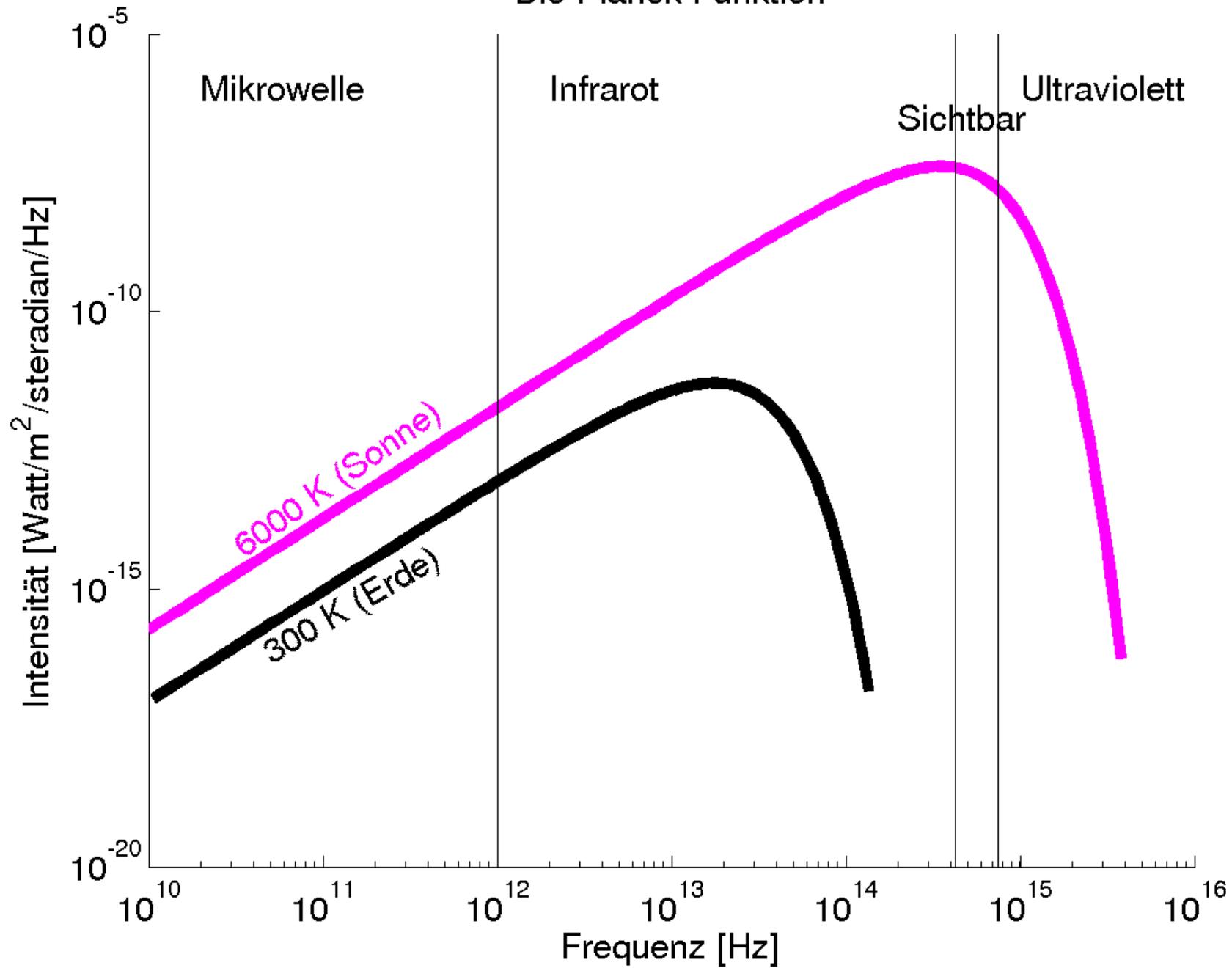
$k$  : Boltzmann Konstante

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5(e^{hc/\lambda kT} - 1)}$$

$\lambda$  : Wellenlänge



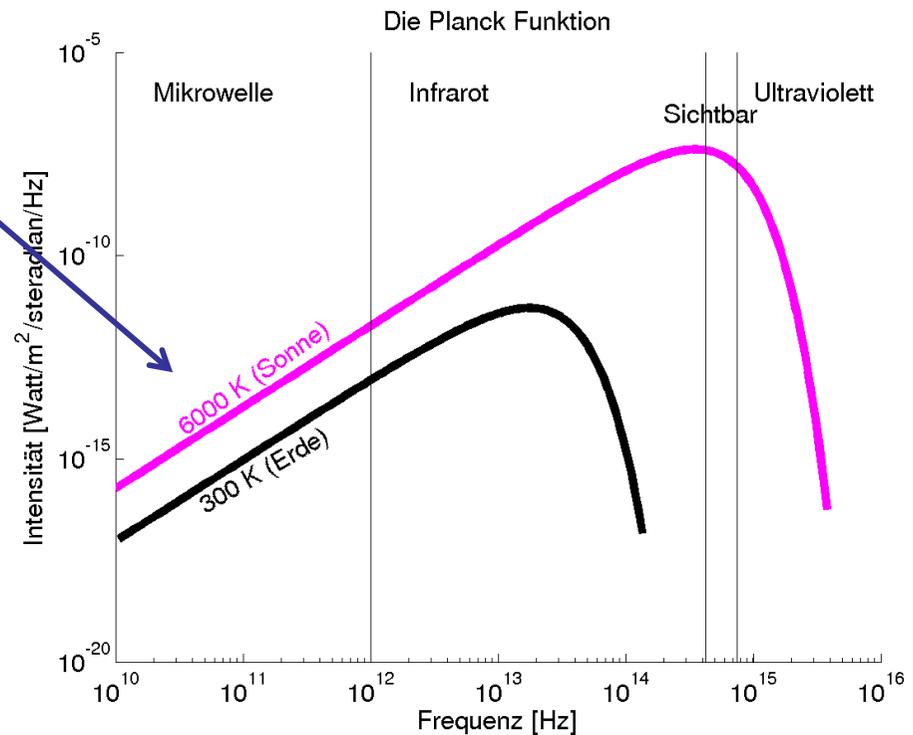
# Die Planck Funktion



# Rayleigh-Jeans Näherung

► Für niedrige Frequenz:

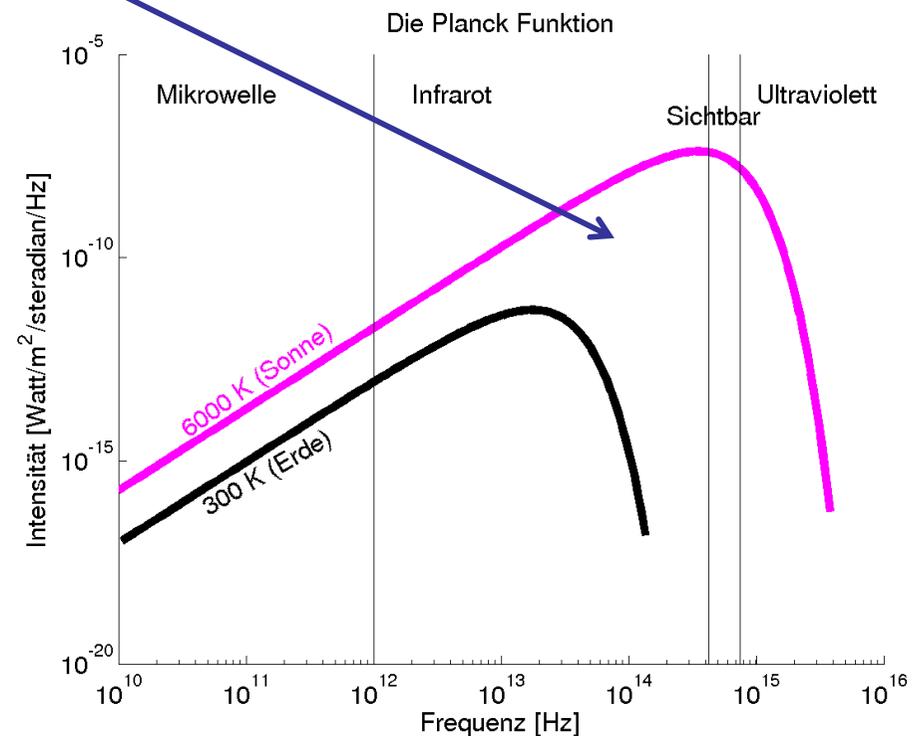
$$I_{\nu} \approx B_{\nu,RJ}(T) = \frac{2kT}{c^2} \nu^2$$



# Wiensches Verschiebungsgesetz

- ▶ Frequenz des Maximums der Planck Funktion ist proportional zur Temperatur

$$\nu_{\max} \propto T$$

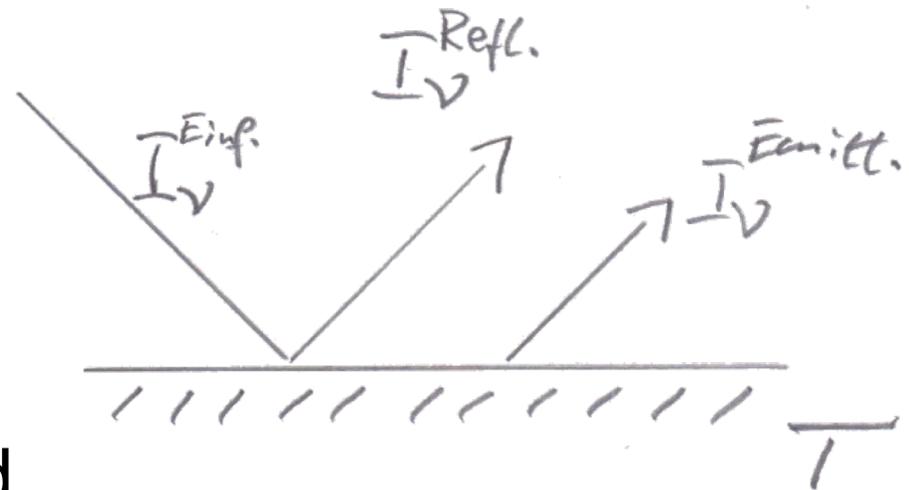


# Schwarzkörperstrahlung = Hohlraumstrahlung

- ▶ Strahlung in einem Hohlraum klingt nicht besonders interessant. Aber:
- ▶ Wir können das Emissionsspektrum einer beliebigen Oberfläche vergleichen mit dem eines **schwarzen Körpers**, der das gleiche Spektrum hat wie die Hohlraumstrahlung.
- ▶ Eine kleine Öffnung im Hohlraum erscheint vollkommen schwarz, nichts wird reflektiert, nur Wärmestrahlung kommt heraus.
  - ➔ Ein schwarzer Körper hat Absorptivität 1.

# Wechselwirkung Strahlung Oberfläche

- ▶ Einfallende Strahlung wird absorbiert oder reflektiert. **Absorptivität  $\alpha$**  zwischen 0 und 1.
- ▶ Thermische Strahlung wird emittiert. **Emissivität  $\varepsilon$**  zwischen 0 und 1. 0 bedeutet, dass nichts emittiert wird. Was bedeutet 1?
- ② ▶ 1 Bedeutet, dass so viel emittiert wird, wie vom schwarzen Körper (oder Öffnung im Hohlraum) bei gleicher Temperatur, also



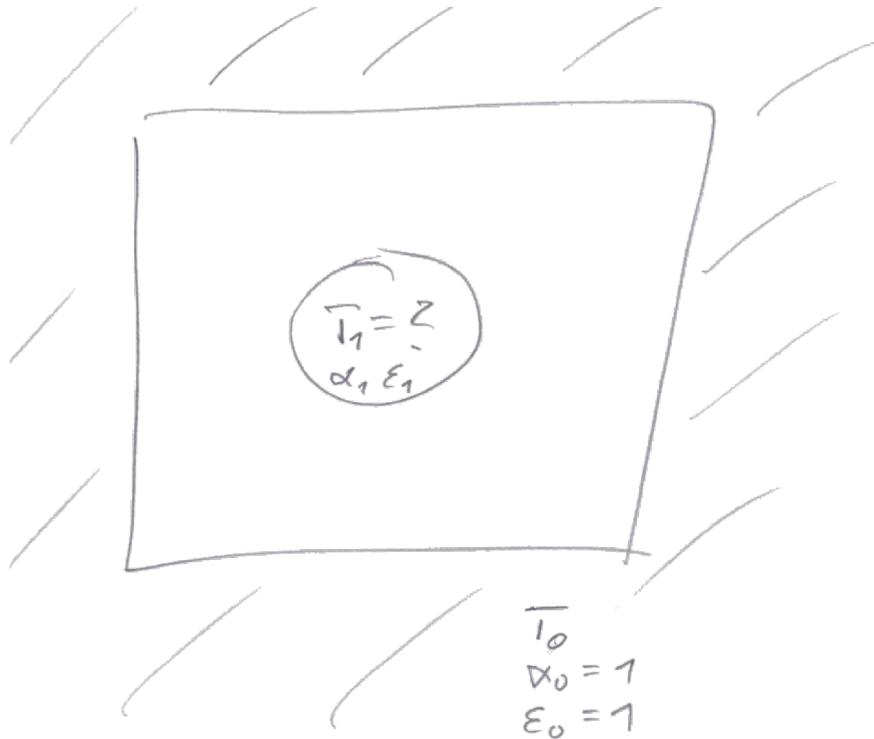
# Kirchhoffsches Strahlungsgesetz

- ▶ Ein guter Absorber ist auch ein guter Emittent.
- ▶ Die beiden müssen exakt balanciert sein, ansonsten könnte ich Anordnungen konstruieren, die den 2. Hauptsatz verletzen.
- ▶ Die Balance gilt für alle Frequenzen und Winkel, also:

$$\varepsilon(\vartheta, \varphi, \nu) = \alpha(\vartheta, \varphi, \nu)$$

- ▶ Absorptivität kann nicht größer als 1 sein, also kann auch Emissivität nicht größer als 1 sein, also kann kein realer Körper stärker strahlen als der idealisierte schwarze Körper.

# Gedankenexperiment zu Kirchhoff



$$I_{\text{Absorbiert}} = \alpha_1 I_0 = \alpha_1 B(T_0)$$

$$I_{\text{Emittiert}} = \epsilon_1 B(T_1)$$

Im Gleichgewicht:

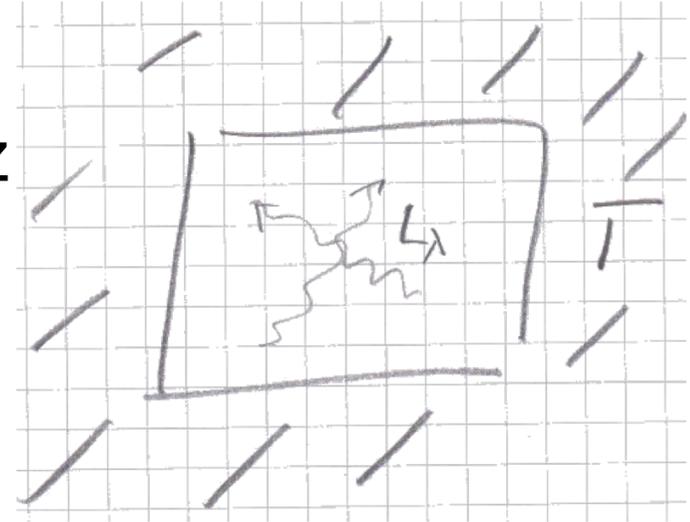
$$I_{\text{Absorbiert}} = I_{\text{Emittiert}} \quad \text{und} \quad T_1 = T_0$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \epsilon_1$$

- ▶ Kugel im Hohlraum.
- ▶ Im Gleichgewicht gleiche Temperatur wie Umgebung.
- ▶ Emissivität  $\epsilon$  kann geringer als 1 sein.
- ▶ Dann muss aber auch die Absorptivität  $\alpha$  entsprechend geringer sein, damit sich die Kugel nicht „magisch“ aufheizt.
- ▶ Experiment lässt sich verfeinern, um zu zeigen, dass das bei jeder Wellenlänge einzeln gelten muss.

# Lokales Thermodynamisches Gleichgewicht

- ▶ Sowohl Planck-Gesetz, als auch Kirchhoffsches Strahlungsgesetz setzen Gleichgewicht voraus
- ▶ Im Hohlraum:  $T$  zeitlich und räumlich konstant  
→ globales Gleichgewicht
- ▶ Generell reicht aber lokales Gleichgewicht, damit die Formeln gelten  
→ Local Thermodynamic Equilibrium, LTE



# **EXKURS: PHOTONEN, EINSTEIN, BOLTZMANN, PLANCK**

# Freiheitsgrade und Energieniveaus

- ▶ Moleküle haben verschiedene Freiheitsgrade: Elektronenübergänge, Translation, Vibration, Rotation. (Mehrere von jeder Sorte.)
- ▶ In jedem Freiheitsgrad gibt es Zustände mit unterschiedlicher Energie. Z.B. kann das Molekül sich schnell oder langsam bewegen.
- ▶ In allen Freiheitsgraden außer Translation sind die Energieniveaus diskret (Quantenphysik).

- ▶ Strahlung besteht aus Photonen mit Energie

$$E_p = h\nu_p$$

( $h$ : Planck-Konstante)

# Photonen und Einstein-Koeffizienten

- ▶ **Absorption:** Ein Photon wird verschluckt, seine Energie wird vom Molekül aufgenommen (Molekül geht vom niedrigeren Energiezustand 1 in einen höheren Energiezustand 2 über)

$$\rho = B_{12} N_1 I_\nu$$

$\rho$ : Wahrscheinlichkeit

$B_{12}$ : Einstein-Koeffizient

$N_1$ : Anzahl der Moleküle in Zustand 1

$I_\nu$ : Strahlungsintensität (monochromatische Radianz)

# Einstein-Koeffizienten

- ▶ **Absorption:** Ein Photon wird verschluckt, seine Energie wird vom Molekül aufgenommen (Molekül geht vom niedrigeren Energiezustand 1 in einen höheren Energiezustand 2 über)

$$p = B_{12} N_1 I_\nu$$

$p$ : Wahrscheinlichkeit

$B_{12}$ : Einstein-Koeffizient

$N_1$ : Anzahl der Moleküle in Zustand 1

$I_\nu$ : Strahlungsintensität (monochromatische Radianz)

- ▶ **Spontane Emission:** Molekül „fällt“ von einem höheren Energiezustand auf einen niedrigeren, die Energiedifferenz wird als Photon ausgesendet

$$p = A_{21} N_2$$

$A_{21}$ : Einstein-Koeffizient für stimulierte Emission

$N_2$ : Anzahl der Moleküle in Zustand 2

- ▶ **Stimulierte (oder Induzierte) Emission:** Ein Photon löst die Emission eines weiteren Photons mit gleicher Energie aus

$$p = B_{21} N_2 I_\nu$$

$B_{21}$ : Einstein-Koeffizient für stimulierte Emission

$N_2$ : Anzahl der Moleküle in Zustand 2

$I_\nu$ : Strahlungsintensität (monochromatische Radianz)

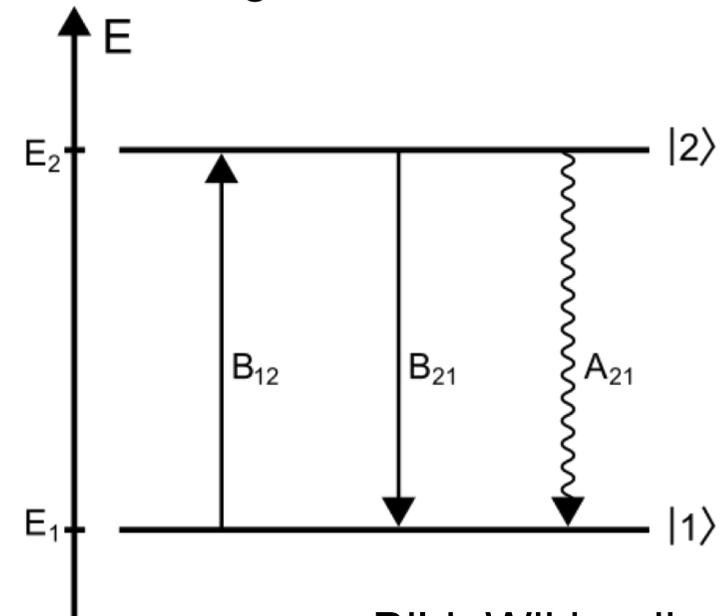


Bild: Wikipedia

# Gleichgewicht

- ▶ Was muss im Gleichgewichtszustand gelten?
- ② ▶ Besetzungszahlen der Energieniveaus dürfen sich zeitlich nicht ändern
  - ➔ Im Gleichgewicht muss Absorption genau so wahrscheinlich sein, wie spontane und stimulierte Emission zusammen.
- ▶ Wie kommt den jetzt die Temperatur ins Spiel?
- ② ▶ Besetzung der einzelnen Energieniveaus hängt von der Temperatur ab.
- ▶ Welche Theorie/Formel regelt das?
- ② ▶ Die Boltzmann-Statistik

# Die Boltzmann-Verteilung

- ▶ Temperatur = Maß der ungeordneten Wärmebewegung der Moleküle
- ▶ Energie der Moleküle folgt im Gleichgewicht einer bestimmten Statistik → Boltzmann-Statistik

$$p_j = \frac{g_j}{Q} \exp\left(\frac{-E_j}{k_B T}\right)$$

$p_j$ : Wahrscheinlichkeit des Energiezustandes  $j$

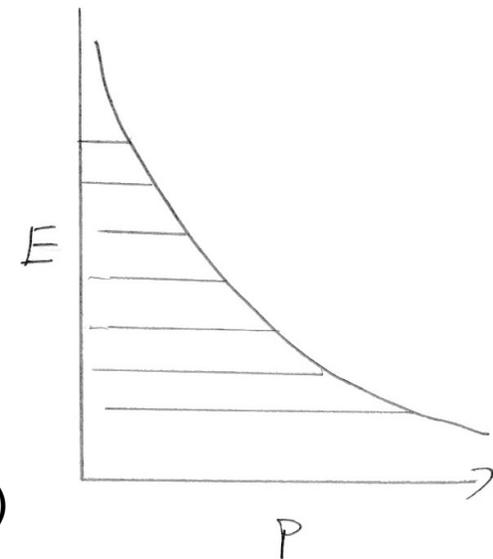
$E_j$ : Energie des Zustands  $j$

$k_b$ : Boltzmann-Konstante

$T$ : Temperatur

$g_j$ : Entartungsgrad (wie oft gibt es diesen Zustand)

$$Q = \sum_{l=0}^{\infty} g_l \exp\left(\frac{-E_l}{k_B T}\right): \text{Zustandssummenfunktion (Normierung)}$$



# Einsteins Herleitung der Planck Formel 1/2

Einstein:

$$\begin{aligned} B_{12} N_1 I_\nu &= A_{21} N_2 + B_{21} N_2 I_\nu \\ &= N_2 (A_{21} + B_{21} I_\nu) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} I_\nu}{A_{21} + B_{21} I_\nu}$$

Boltzmann:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp\left(\frac{-E_2}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{-E_1}{kT}\right)}$$

Gleichsetzen:

$$\frac{B_{12} I_\nu}{A_{21} + B_{21} I_\nu} = \frac{\exp\left(\frac{-E_2}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{-E_1}{kT}\right)}$$

↓

$$\frac{B_{12}}{\frac{A_{21}}{I_\nu} + B_{21}} = \frac{e^A}{e^B} = e^{A-B}$$
$$\exp\left(\frac{E_2 + E_1}{kT}\right) = \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$$

Also:

$$\frac{B_{12}}{\frac{A_{21}}{I_\nu} + B_{21}} = e^{\frac{-h\nu}{kT}}$$

$$\frac{B_{12}}{e^{\frac{-h\nu}{kT}}} = \frac{A_{21}}{I_\nu} + B_{21}$$

$$\frac{A_{21}}{I_\nu} = \frac{B_{12}}{e^{\frac{-h\nu}{kT}}} - B_{21} = B_{12} e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{21}$$

$$I_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{21}}$$

# Einsteins Herleitung der Planck Formel 2/2

Wie bestimmt man die A+B Koeffizienten?

$$1. T \rightarrow \infty \Rightarrow I_\nu \rightarrow \infty$$

Also muss dann Nenner  $\rightarrow 0$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} (B_{12} e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{21}) \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow B_{12} = B_{21}$$

$$\Rightarrow I_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)}$$

2. Grenzfall kleine Frequenz

$$h\nu \ll kT$$

Reihendarstellung der exp-Funktion:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

$$\Rightarrow I_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu} \quad (\text{für } h\nu \ll kT)$$

Vergleiche mit Rayleigh-Jeans Gesetz

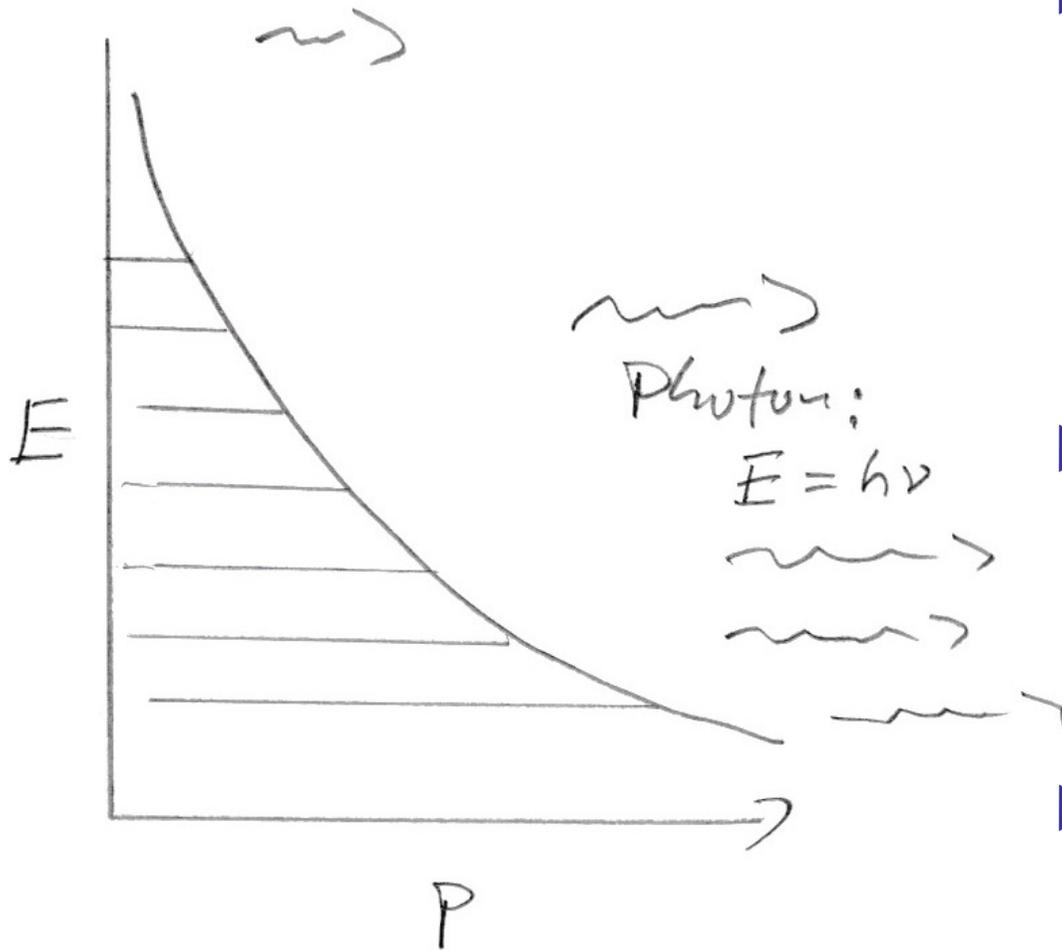
$$I_\nu = \frac{2kT}{c^2} \nu^2 \quad \text{für } h\nu \ll kT$$

$$\frac{2kT \nu^2}{c^2} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{kT}{h\nu}$$

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}$$

$$\Rightarrow I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2 (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)}$$

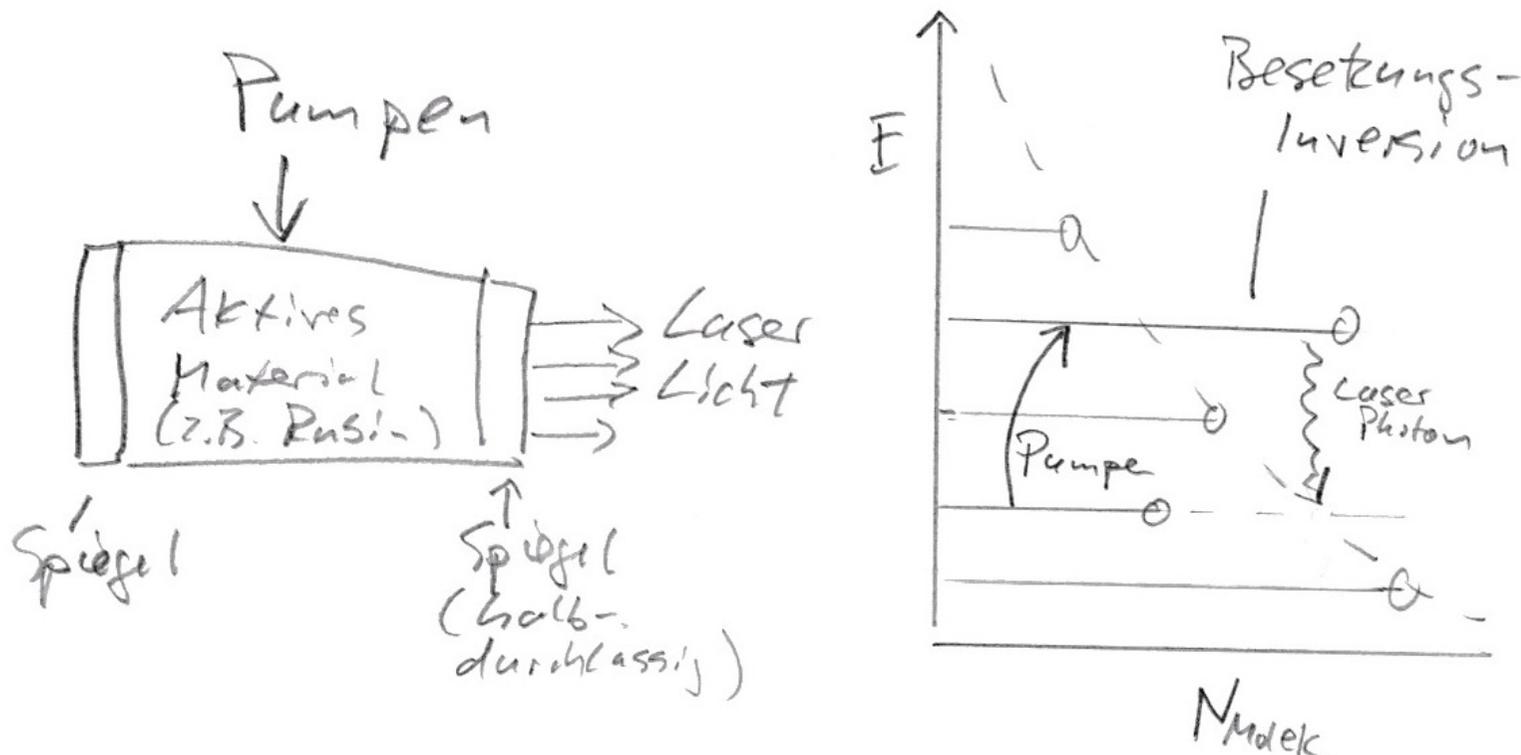
# Boltzmann-Verteilung und Planck-Funktion



- ▶ Einstein-Koeffizienten + Boltzmann-Verteilung = Planck Funktion  
(Haken und Wolf, The Physics of Atoms and Quanta, Springer Verlag)
- ▶ Der  $\exp(h\nu/kT)$  Term in der Planck Funktion kommt von der Boltzmann-Statistik!
- ▶ Moleküle mit sehr hoher Energie sind selten  
→ Photonen mit sehr hoher Frequenz werden selten ausgesendet

# Laser

- ▶ Beim Laser wird durch optisches „Pumpen“ eine künstliche Inversion in der Besetzung der Energieniveaus erzeugt.
- ▶ Die vielen Moleküle im hohen Energiezustand können dann durch stimulierte Emission alle synchron emittieren, und damit das Laserlicht erzeugen.



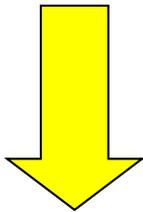
# Was also heißt LTE?

- ▶ **Wenn die Boltzmann-Statistik verletzt ist, gilt auch nicht die Planck Funktion.**
- ▶ LTE heißt, dass die Energieniveaus entsprechend der Boltzmann-Statistik besetzt sind, und daher die Planck Funktion gilt.
- ▶ Diese Statistik stellt sich ein, wenn man die Moleküle „in Ruhe lässt“. Durch welchen Prozess?
- ② ▶ Durch Zusammenstöße, energiereiche Moleküle geben beim Stoß Energie ab, energiearme nehmen Energie auf.
- ▶ LTE bricht also zusammen, wenn
  - ▶ Viel Strahlung da ist, die hohe Energieniveaus anregt.
  - ▶ Die freie Weglänge hoch ist, so dass Moleküle untereinander selten durch Stöße Energie austauschen können.
  - ▶ Abstrakt gesagt: Wenn die Prozesse, die die Boltzmann-Verteilung stören, schneller sind als die, die sie fördern.
- ▶ Dürfen wir als Meteorologen LTE annehmen?
- ② ▶ Troposphäre: immer, Stratosphäre: meistens, Thermosphäre: eher nicht

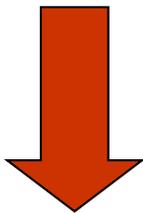
▶ ... Ende des Exkurses in die Physik.

# IMPLIKATIONEN FÜR DAS KLIMA

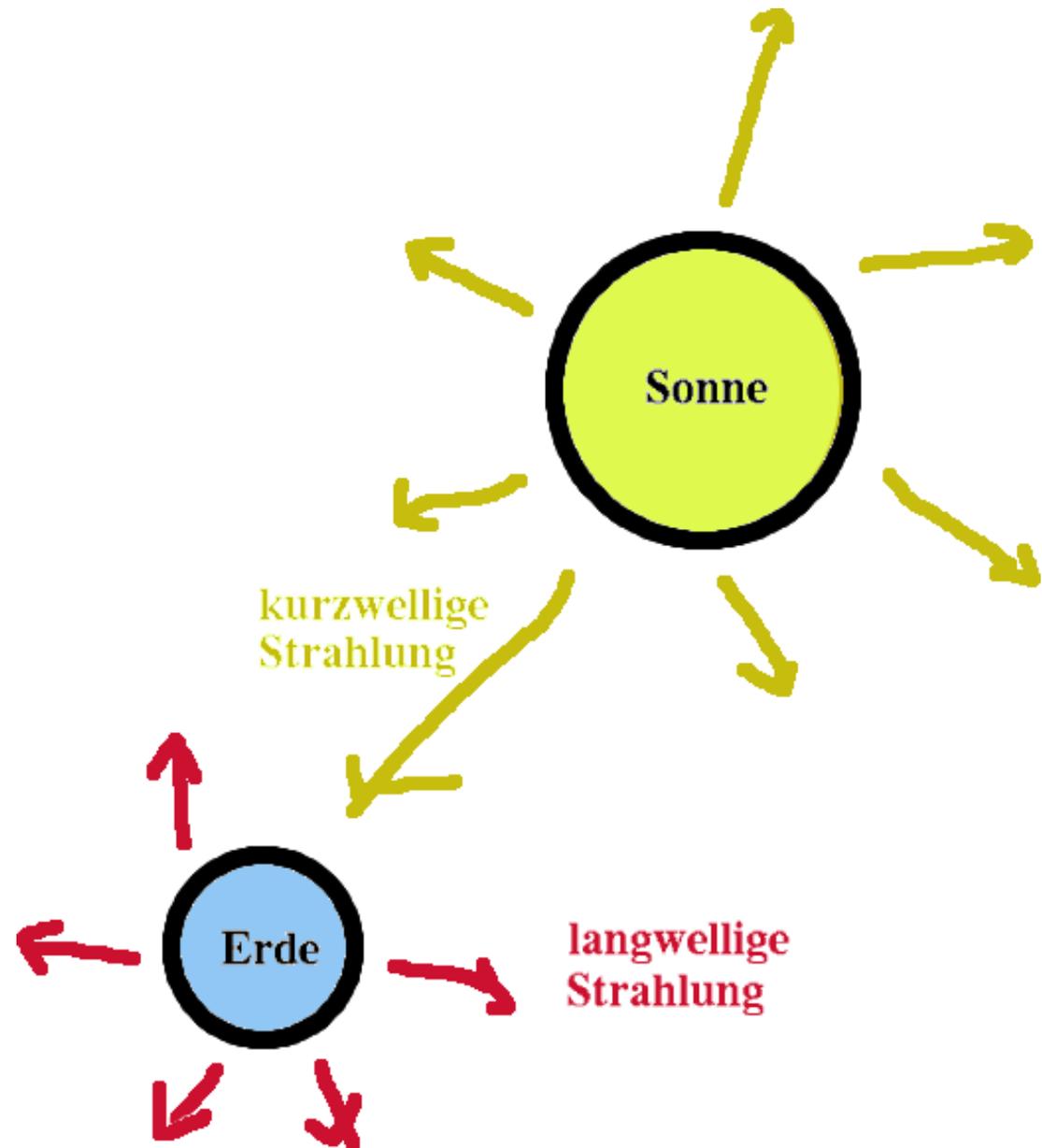
Einfallende  
Sonnenstrahlung



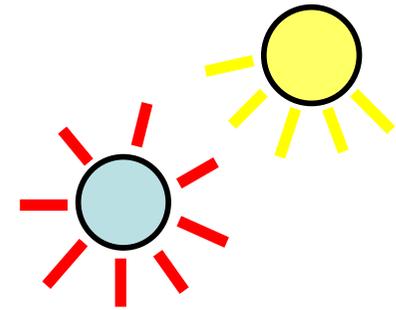
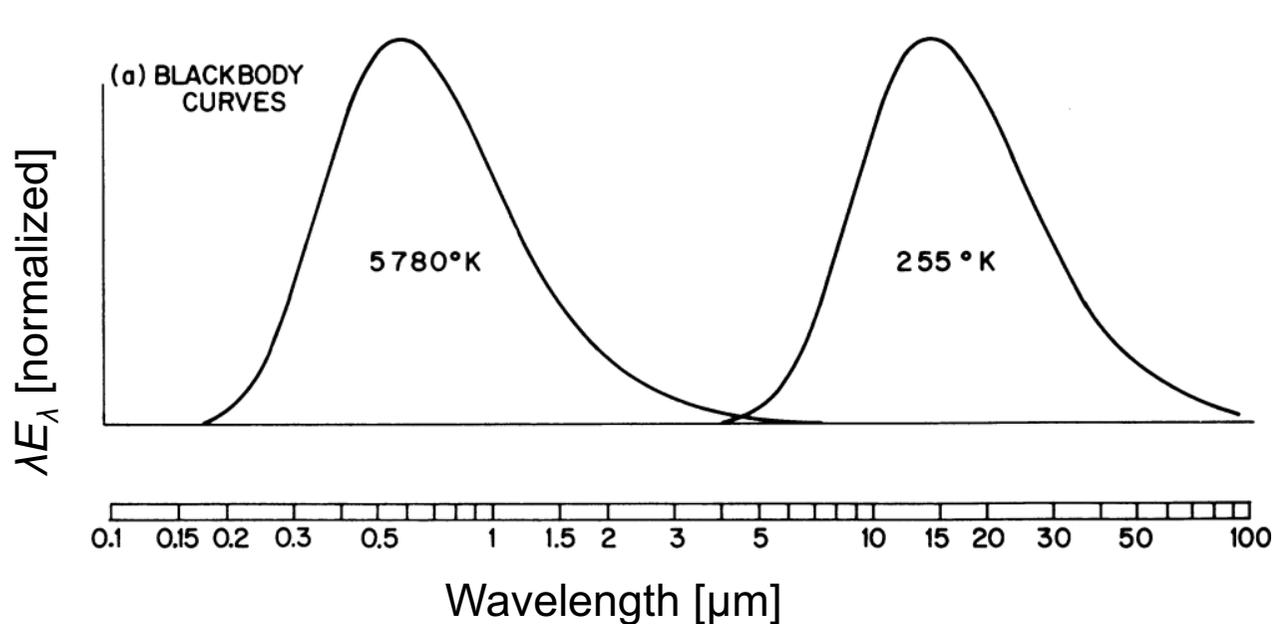
Temperatur der  
Erdoberfläche



Abstrahlung (OLR =  
Outgoing Longwave  
Radiation)



# Strahlungsgleichgewicht



(Wallace und Hobbs, 'Atmospheric Science', Academic Press, 1977.)

Was ist an dieser Abbildung seltsam/unphysikalisch?



Planck Kurven schneiden sich nicht!

Erklärung: Sonnenkurve ist skaliert mit Abstand zur Sonne.

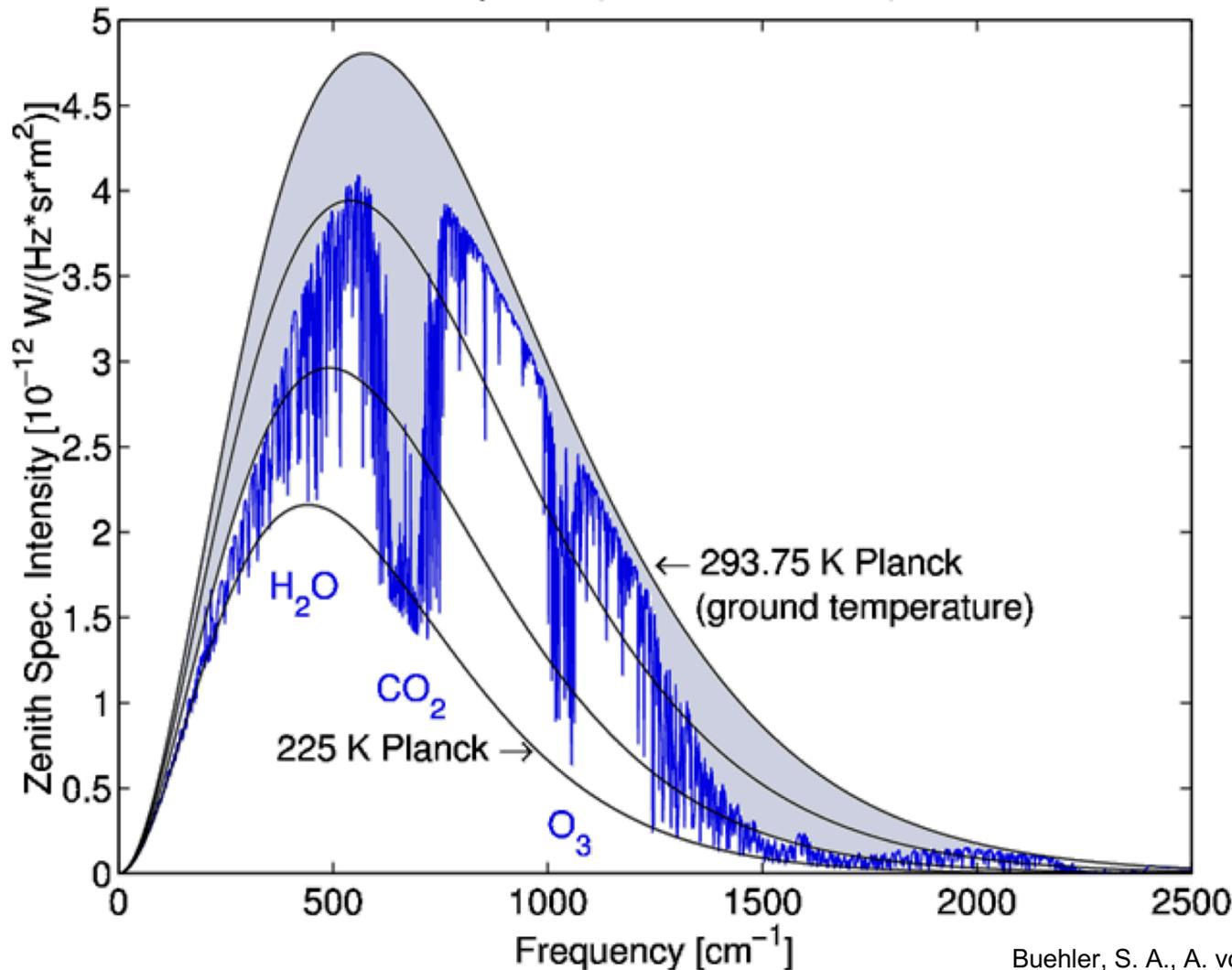
Dann auch noch ein Faktor 4, warum?



Sonnenstrahlung auf Querschnittsfläche ( $\pi R^2$ ), Abstrahlung über Kugeloberfläche ( $4\pi R^2$ )

# Clear-sky OLR Spektrum

All species (ARTS Calculation)



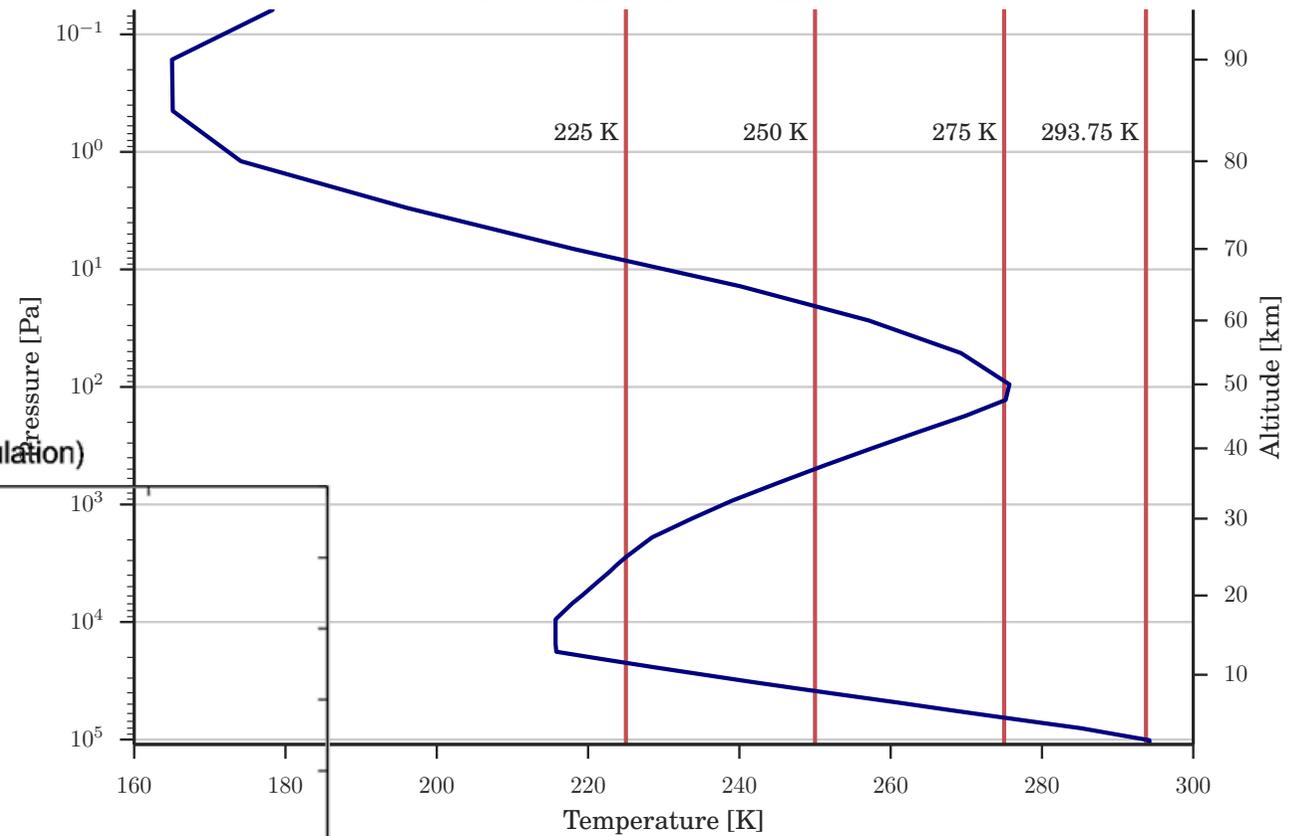
- ▶ Schattiert ist der natürliche Treibhauseffekt, der die Temperatur auf der Erdoberfläche um ca. 34 K erhöht.
- ▶ Vergleich mit Planck Kurven zeigt, bei welcher Temperatur die Strahlung emittiert wird

Buehler, S. A., A. von Engeln, E. Brocard, V. O. John, T. Kuhn and P. Eriksson (2006), **Recent developments in the line-by-line modeling of outgoing longwave radiation**, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 98(3), 446–457, doi:[10.1016/j.jqsrt.2005.11.001](https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2005.11.001).

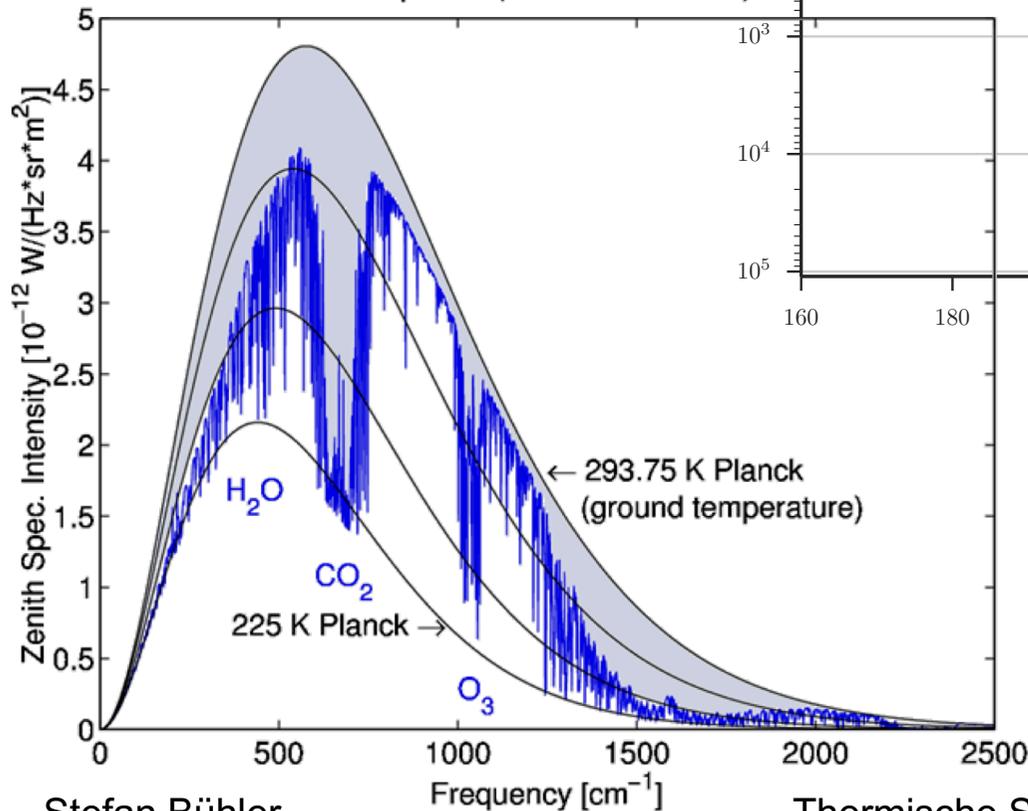
# Clear-sky OLR Spektrum

Abbildung: Oliver Lemke

Fascod Midlatitude Summer



All species (ARTS Calculation)



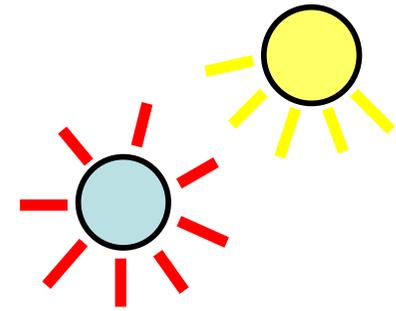
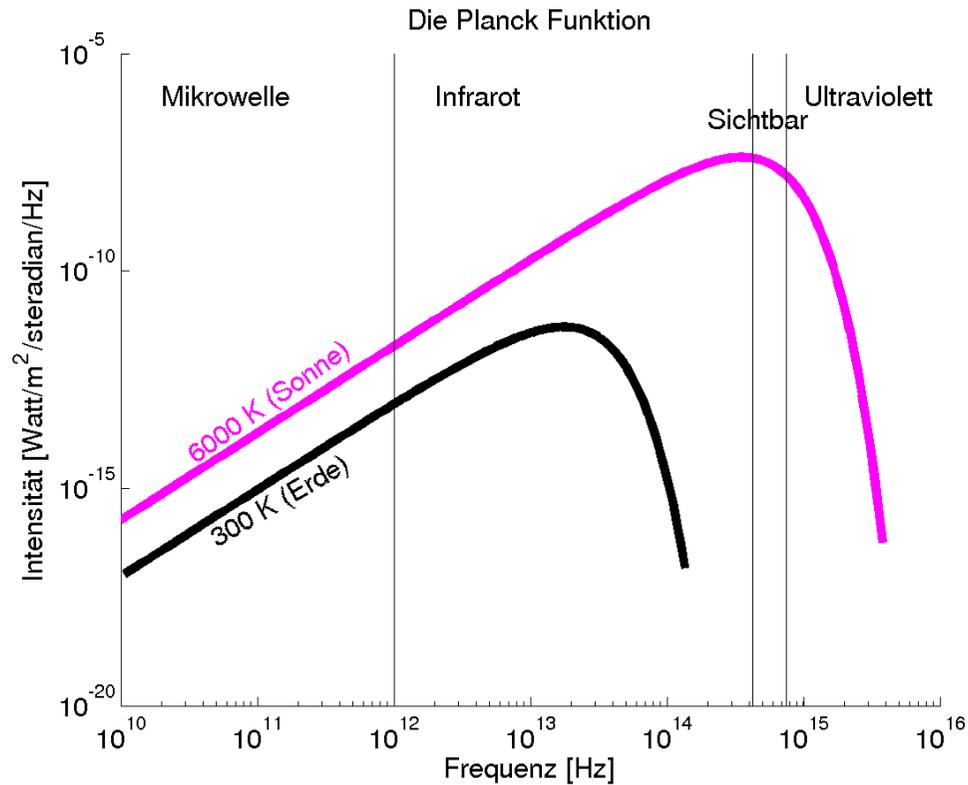
Frage: Was fällt an der Höhenskala oben auf?

→ z-Konturen 40-60 km liegen eng zusammen.  
Grund: Hohe Temperatur an der Stratopause  
(Hypsometrische Gleichung: Höhenabstand  
zwischen zwei Druckflächen ist proportional zur  
Temperatur).



# IMPLIKATIONEN FÜR DIE FERNERKUNDUNG

# Passive Fernerkundung



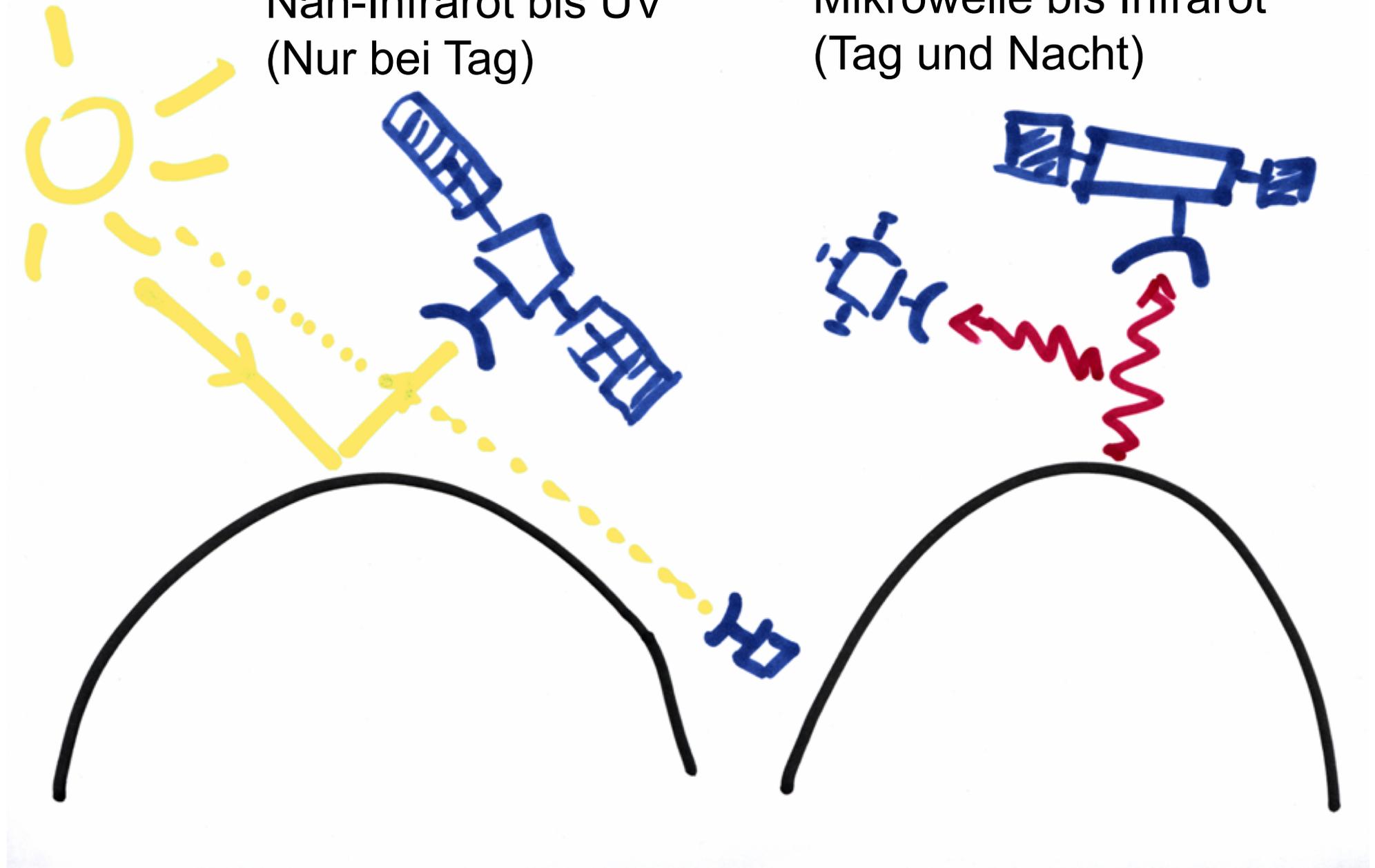
Zwei verschiedene “schwarze Körper” als Strahlungsquellen:

- Sonne
- Erde / Atmosphäre

# Messmethoden

Nah-Infrarot bis UV  
(Nur bei Tag)

Mikrowelle bis Infrarot  
(Tag und Nacht)



# Relative Intensität der beiden Quellen

Sonne direkt

Sonne gestreut

Erde/Atmosphäre

- ▶ Im „langwelligen“ (Wellenlänge über ca. 5  $\mu\text{m}$ ) ist thermische Strahlung der Erde stärker als gestreutes Sonnenlicht. (Weil sich das Sonnenlicht aus einer in alle Richtungen verteilt, Raumwinkel der Sonne  $\ll 4\pi$ )

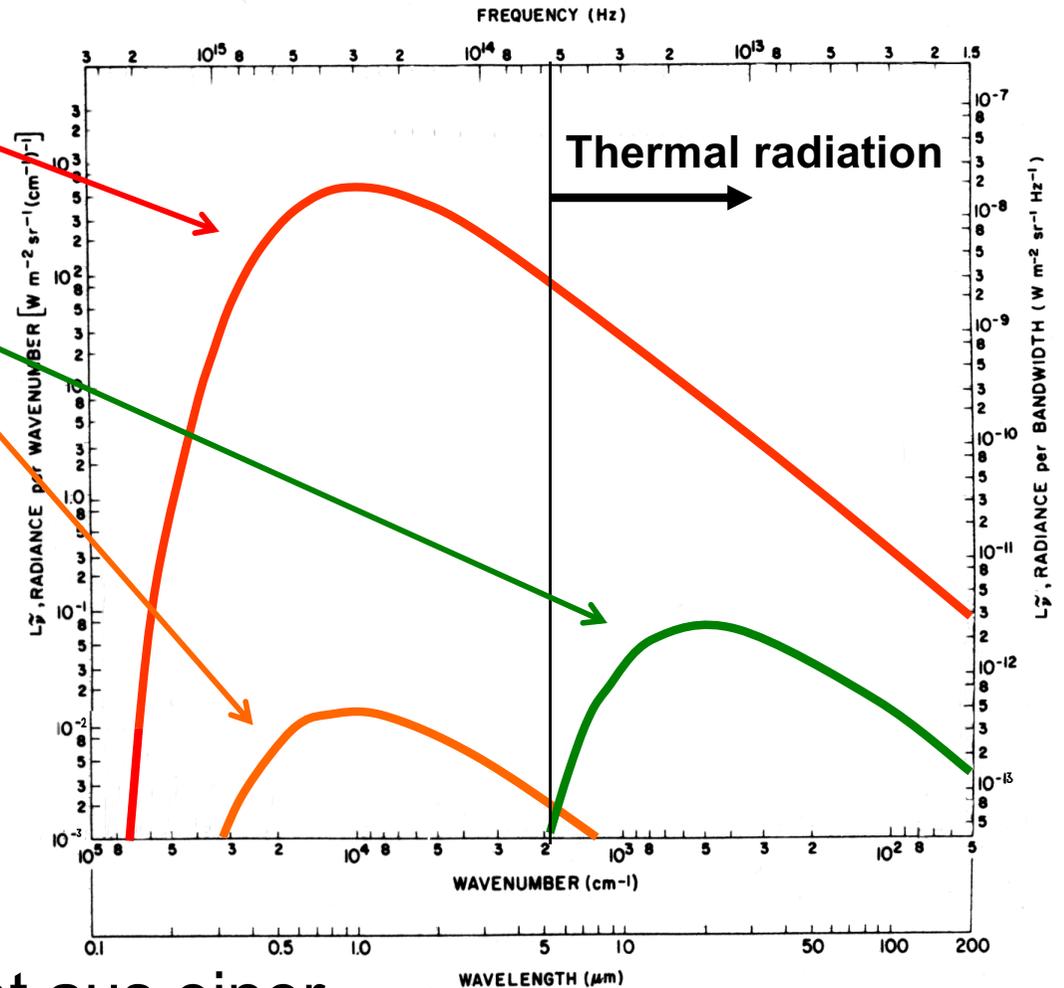


Abbildung: Bruno Carli

# Helligkeitstemperatur

- ▶ Anschaulich: Die Temperatur, die ein schwarzer Körper haben müsste, um die beobachtete spektrale Radianz zu erzeugen:

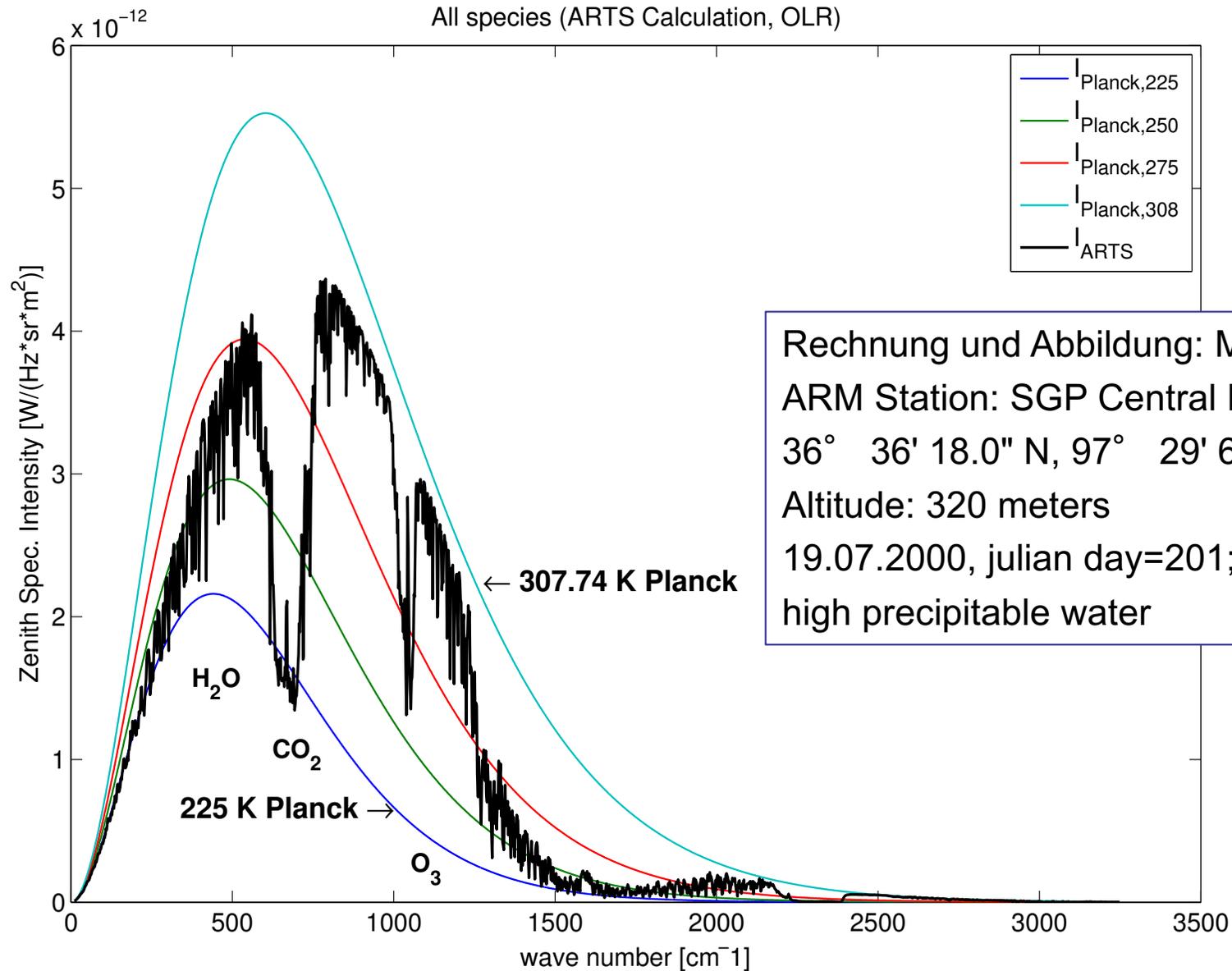
$$T_b = B_v^{-1}(T) \quad (\text{Planck-Helligkeitstemperatur})$$

- ▶ Formelmäßig einfacher ist die Rayleigh-Jeans-Helligkeitstemperatur:

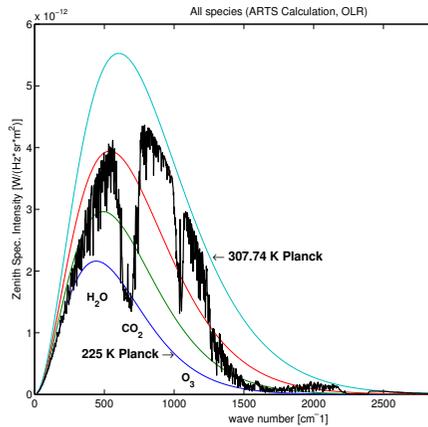
$$T_{b,RJ} = B_{v,RJ}^{-1}(T) = \frac{I_v c^2}{2k\nu^2}$$

**Achtung:** Man sollte diese normalerweise nicht verwenden (zu ungenau). (Allerdings Vorteil: Lineare Funktion der spektralen Radianz.)

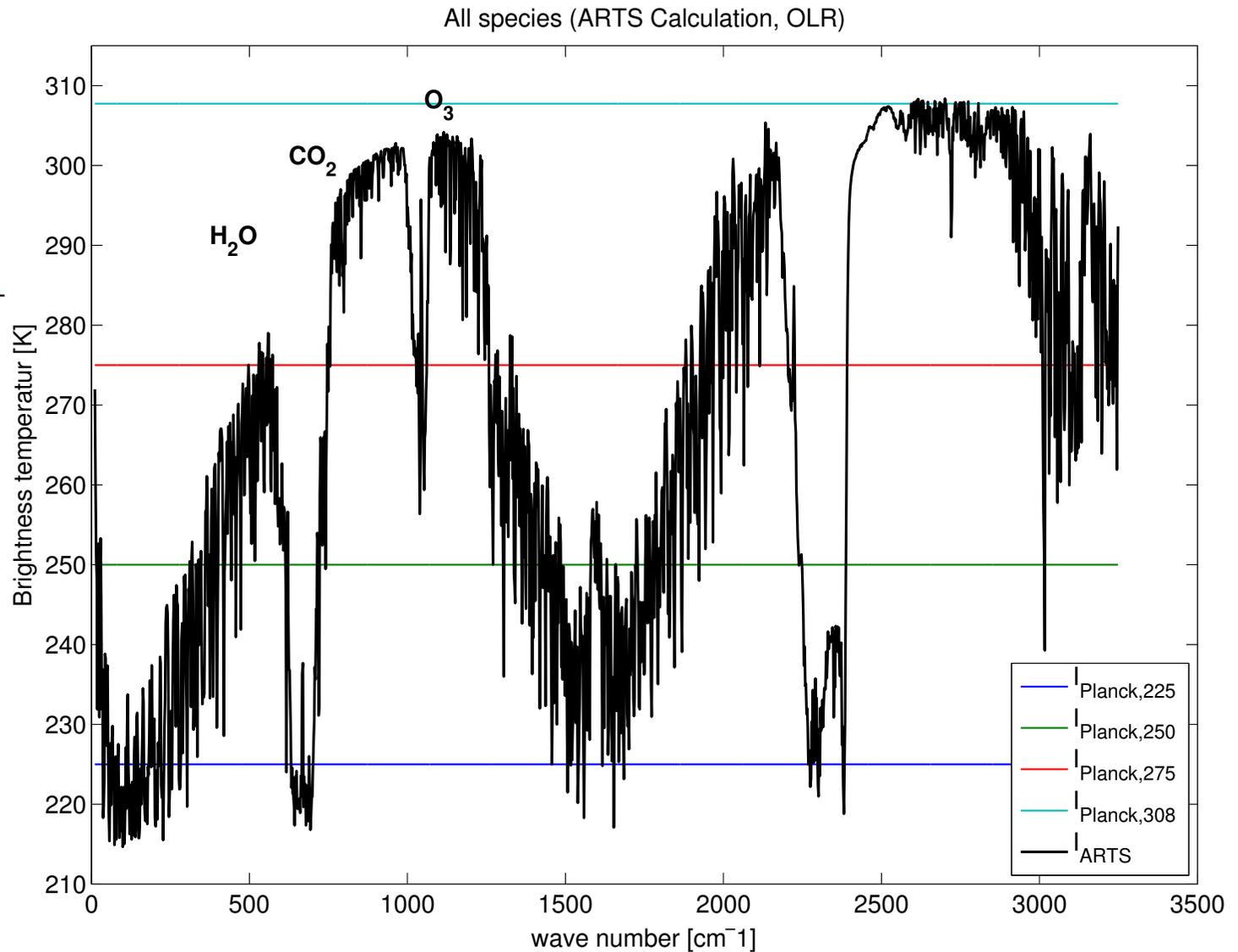
# Helligkeitstemperatur am Beispiel OLR



# Helligkeitstemperatur am Beispiel OLR

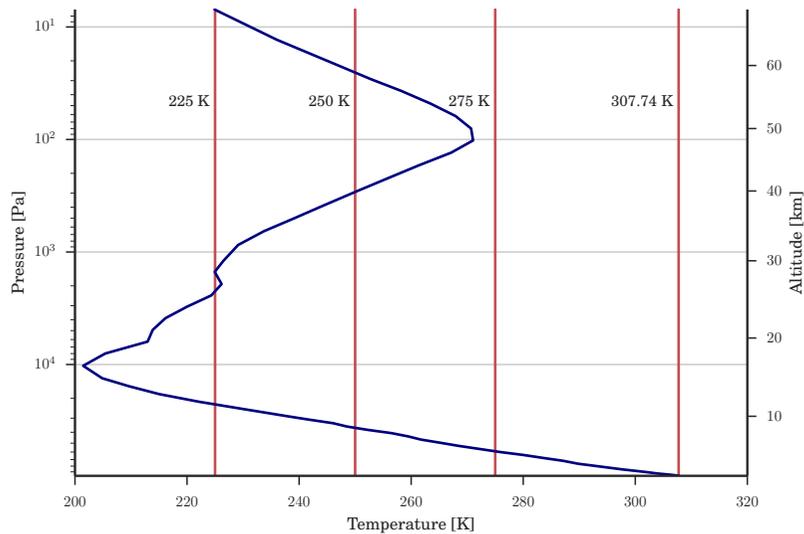


In der Helligkeitstemperatur-Darstellung erscheinen die Planck-Kurven als horizontale Linien!



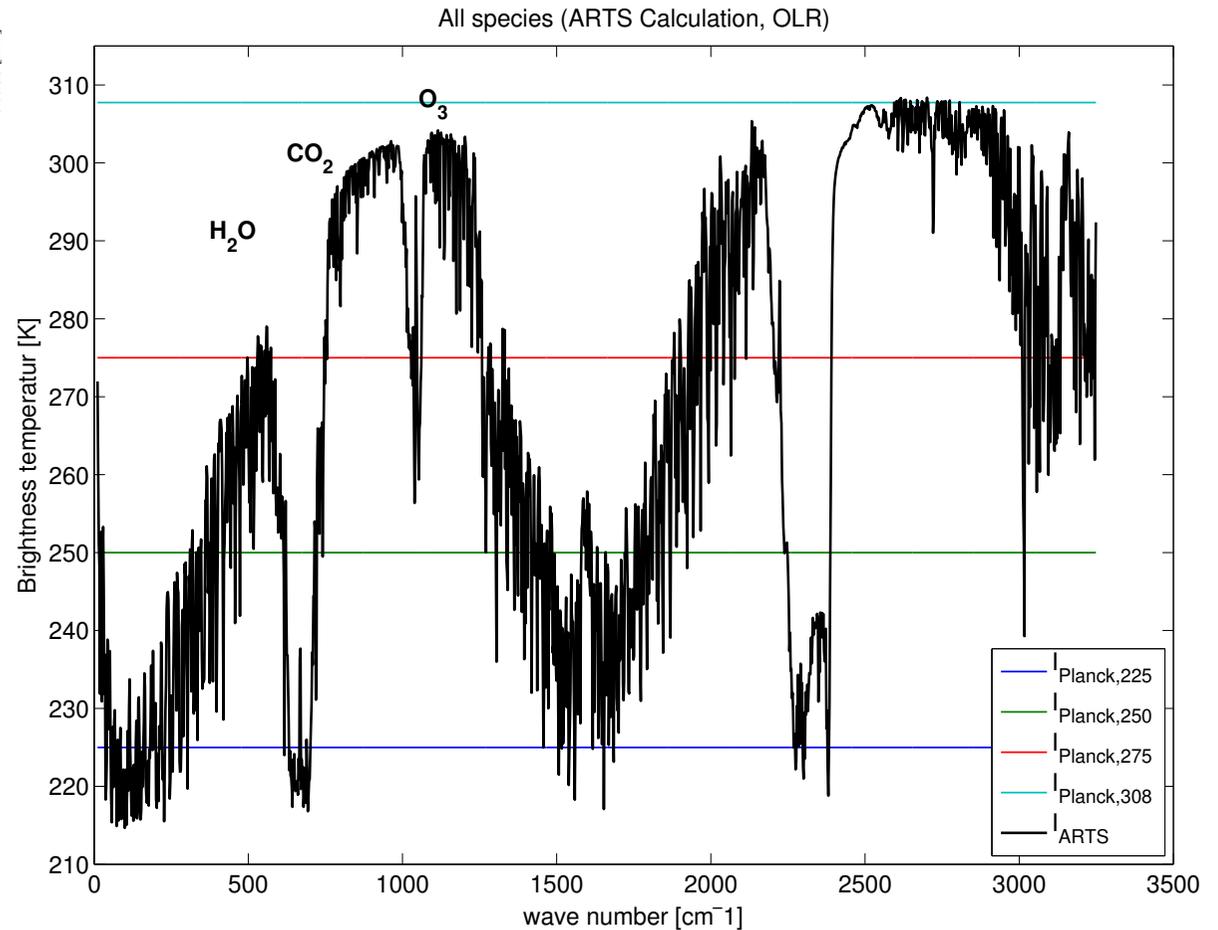
Rechnung und Abbildung: Manfred Brath

# Helligkeitstemperatur am Beispiel OLR



Plot: Oliver Lemke

Auch hier kann man wieder direkt mit dem Temperaturprofil vergleichen.

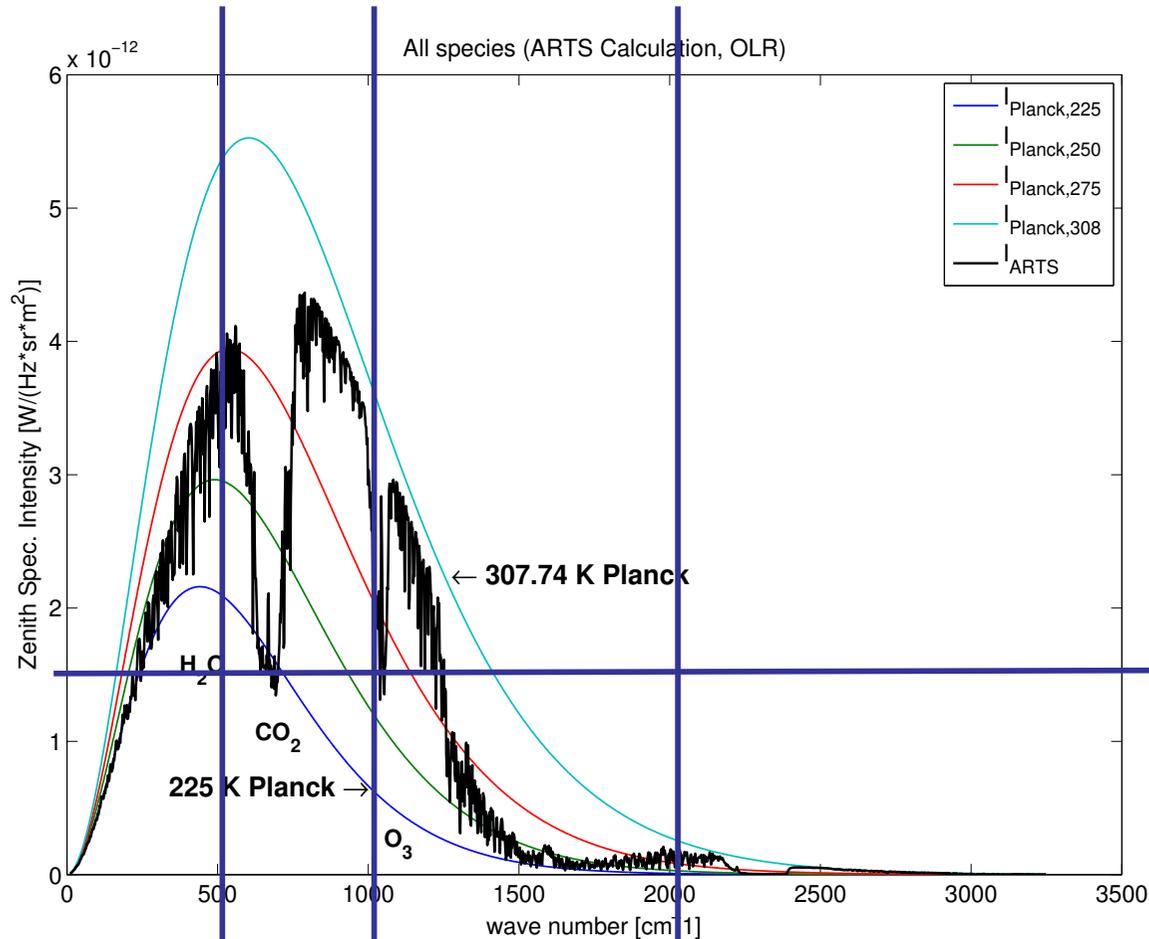


Rechnung und Abbildung: Manfred Brath

# Vorteile der Helligkeitstemperatur

- ▶ Helligkeitstemperatur ist deswegen in der Fernerkundung so beliebt, weil es eine **intuitive** Einheit für die Intensität ist.
- ▶ Wenn ich höre, ein Radiometer hat 300 K gemessen, dann weiß ich, das ist recht viel (viel höhere Temperaturen kommen in der Atmosphäre ja gar nicht vor). Hingegen wäre 200 K recht wenig.
- ▶ Aber  $1.5e-12 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ sr Hz})$  ist das viel oder wenig?
  - ② ▶ Das kommt darauf an! (Worauf?)
  - ▶ Auf die Frequenz, bei der gemessen wird!

# Noch einmal zur Helligkeitstemperatur



Rechnung und Abbildung:  
Manfred Brath

ARM Station: SGP Central  
Facility, Lamont, OK

36° 36' 18.0" N, 97° 29' 6.0"  
W

Altitude: 320 meters

19.07.2000, julian day=201;

high precipitable water

1.5e-12 W/(m<sup>2</sup> sr Hz)

500 Kaiser:  
1000 Kaiser:  
2000 Kaiser:

Hier wäre es eine sehr niedrige Intensität  
Hier wäre es „normal“ (entspricht ca. 260 K)  
Hier wäre es unphysikalisch viel

# ZUSAMMENFASSUNG

# Zusammenfassung

- ▶ Wärme und (thermische) Strahlung sind zwei Energieformen, die viel gemeinsam haben
  - ▶ „Ungeordnete“ Energieformen
  - ▶ Haben mit mikroskopischen Freiheitsgraden des Systems zu tun (die man nur statistisch beschreiben kann)
- ▶ Im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE) beschreibt die Planck-Funktion, wie viel Strahlung welcher Temperatur entspricht.
- ▶ Planck-Funktion ist zentral für Klima (Strahlungsflüsse) und Fernerkundung.
- ▶ Absorptivität = Emissivität (Kirchhoff's Strahlungsgesetz)

## **Leseempfehlung**

- ▶ Petty, Kapitel 6.